

А.Б.Оспанов, А.Н.Васильев, Д.А.Будников,
Д.К.Карманов, А.А.Васильев, Д.Ш.Баймуратов,
Б.О.Токсанбаева, Д.Б.Шалгинбаев

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СУШКИ И
ОБЕЗЗАРАЖИВАНИЯ ЗЕРНА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ
СВЕРХВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ**

Монография

*издана в рамках исследований по научному проекту № 3871/ГФ4,
выполненному по грантовому финансированию
Комитета науки МОН РК на 2015-2017 годы*

Алматы, 2017

УДК 664.6/7
ББК 36.82
С 56

Оспанов А.Б., Васильев А.Н., Будников Д.А., Карманов Д.К.,
Васильев А.А., Баймуратов Д.Ш., Токсанбаева Б.О., Шалгинбаев Д.Б.

Совершенствование процессов сушки и обеззараживания зерна в электромагнитном поле сверхвысокой частоты. Монография. – Алматы:Нур-Принт, 2017. - 163с.

ISBN 978-601-7869-71-7

В монографии приведены результаты теоретического и экспериментального исследования процесса тепловой обработки зерна в электромагнитном поле сверхвысокой частоты (ЭМП СВЧ). Представлены математические и компьютерные модели нагрева зерновки в поле СВЧ, тепло- и влагообмена в зерновом слое при СВЧ-конвективном воздействии и процесса распределения электромагнитного поля СВЧ в рабочей зоне, экспериментальные данные по определению параметров и режимов работы СВЧ-модуля и автоматизированного управления процессом сушки и обеззараживания зерна.

Монография может быть полезна для специалистов зерноперерабатывающих предприятий, научных организаций, конструкторских бюро, магистрантов и докторантов, занимающихся эксплуатацией, расчетами, проектированием и научными исследованиями зерносушильных машин.

Рецензенты:

Омаров Р.А.- д.т.н., заведующий лабораторией энергосбережения, автоматики и возобновляемые источники энергии ТОО «Казахский НИИ механизации и электрификации сельского хозяйства»,

Издаев А.И. – д.т.н., академик НАН РК, директор НИИ пищевых технологий Алматинского технологического университета

А.Б. Оспанов, А.Н. Васильев, Д.А. Будников, Д.К. Карманов, А.А. Васильев, Д.Ш. Баймуратов,
Б.О. Токсанбаева, Д.Б. Шалгинбаев

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ГЛАВА 1 К КЛАССИФИКАЦИИ ЗЕРНОСУШИЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ	7
ГЛАВА 2 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛЕЙ СВЧ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СУШКИ ЗЕРНА	14
2.1 Принципы, положенные в основу совершенствования технологии сушки зерна	14
2.2 Варианты использования полей СВЧ для повышения эффективности сушки	16
ГЛАВА 3 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ ЗЕРНА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОЛЯ СВЧ	32
3.1 Распределение влаги в зерновке после уборки	32
3.2 Математическое описание теплообмена в зерновке при воздействии поля СВЧ	35
3.2.1 Задание модели распределения влаги в зерне	36
3.2.2 Запись краевых задач для обработки зерна в поле СВЧ	41
3.2.3 Решение краевых задач для СВЧ нагрева	45
3.2.4 Решение краевых задач для остывания зерна после СВЧ нагрева	58
3.2.5 Уточнение уравнений изменения температуры зерна при СВЧ нагреве с учётом изменения температуры на границах участков	64
3.2.6 Уточнение уравнений изменения температуры зерна после прекращения воздействия СВЧ полем (остывание) с учётом изменения температуры на границах участков	73
ГЛАВА 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА ЗЕРНОВКИ И СВЧ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ ЗЕРНА	77

4.1 Моделирование нагрева зерновки в поле СВЧ	77
4.2 Моделирование остывания зерновки после снятия воздействия поля СВЧ	79
4.3 Моделирование процессов распределения электромагнитного поля в рабочей зоне установки при различных параметрах излучателя и зернового слоя	82
4.4 Моделирование тепло – и влагообмена в зерновом слое при СВЧ – конвективном воздействии	97
ГЛАВА 5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЖИМОВ СВЧ ОБРАБОТКИ ЗЕРНА	
5.1 Методика определения напряженности СВЧ поля	119
5.2 Экспериментальные исследования режимов работы установки СВЧ на энергоёмкость и производительность обработки зерна	122
5.3 Экспериментальные исследования динамических свойств зерновой массы в процессе сушки СВЧ-конвективным способом	127
ГЛАВА 6 ИСПЫТАНИЕ И ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВНЕДРЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА СВЧ МОДУЛЯ	
6.1 Результаты испытаний образца СВЧ конвективного модуля	131
6.2 Расчет экономической эффективности использования СВЧ модуля	134
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	150
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	152

ПРЕДИСЛОВИЕ

В Государственной программе развития агропромышленного комплекса Республики Казахстан на 2017-2021 годы (№420 от 14 февраля 2017 года) указано, что Казахстан имеет хорошие перспективы для дальнейшего развития: усиливаются экспортные позиции масличного, мясного секторов, а по зерну и муке Казахстан в кратчайшие сроки вошел в число крупнейших стран-экспортеров в мире. Членство Казахстана и России в Евразийском экономическом союзе создает возможности одновременно предъявляет высокие требования к конкурентоспособности как на внутреннем, так и внешних рынках.

Увеличение производства и повышение качества зерна является важнейшей задачей, решение которой обеспечивает продовольственную безопасность стран ЕАЭС. При этом решаются не только задачи производства требуемого объема и качества хлебобулочных изделий и сырья для пищевой промышленности, но и получения концентрированных кормов для животноводства и птицеводства. Особо актуальным на сегодняшний день является глубокая переработка зерна. Поэтому исключение потерь зерна, сохранение его товарных качеств, является актуальным вопросом.

Однако общеизвестно, что в процессе послеуборочной обработки и хранения теряется около 10% валового сбора зерна. Это происходит из-за несвоевременной сушки зерна, поражения его вредителями и микроорганизмами. В зависимости от технологии почвообработки до 30% зерна уже после уборки может быть заражено микотоксинами, что не позволяет без специальной обработки использовать его ни в хлебопечении, ни для кормопроизводства. Поэтому сушка и обеззараживание являются важными элементами технологической цепи подработки и хранения зерна.

Энергоёмкость процесса сушки составляет не менее 20% от энергозатрат на производство зерна. Поэтому снижение энергоёмкости процесса и увеличение производительности является одним из основных направлений в

научных исследованиях по данной тематике. В этом случае использование электротехнологий позволяет подойти к комплексному решению проблемы сушки-обеззараживания зерна. В предлагаемой работе рассматриваются возможности использования электромагнитного поля сверхвысокой частоты для интенсификации сушки и обеззараживания зерна.

Авторами выполнен анализ современных тенденций использования поля СВЧ в установках для сушки, обеззараживания зерна и кормов. Предпринята попытка теоретически обосновать необходимые режимы обработки зерна. Полученные математические и компьютерные модели использованы для демонстрации влияния конструктивных особенностей СВЧ – конвективной зоны на эффективность сушки и обеззараживания зерна.

ГЛАВА 1 К КЛАССИФИКАЦИИ ЗЕРНОСУШИЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Для сушки зерна используют различные типы установок, которые можно классифицировать по различным признакам. Приведём возможную классификацию конструкций сушильных установок зерна в зависимости от агрегатного состояния материала и характеристики зернового слоя, приняв за основу классификацию, используемую Гинзбургом А.С. [1]:

А) СУШКА В ПЛОТНОМ СЛОЕ:

а) Сушка в плотном неподвижном слое:

- бункерные;
- напольные;
- в силосах элеваторов;

б) Сушка в плотном подвижном слое: конвейерные (рис.1.1); ленточные; шахтные (рис.1.2); жалюзийные (рис.1.3); бункерные (рис.1.4, 1.5); башенные (рис.1.6).

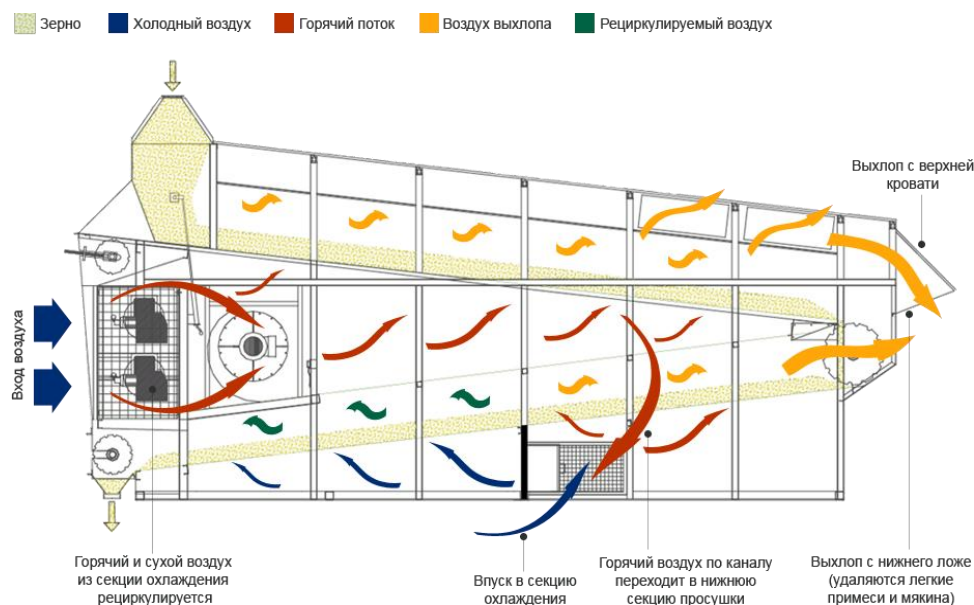


Рисунок 1.1 – Технологический процесс в конвейерной зерносушилке [2, 3]

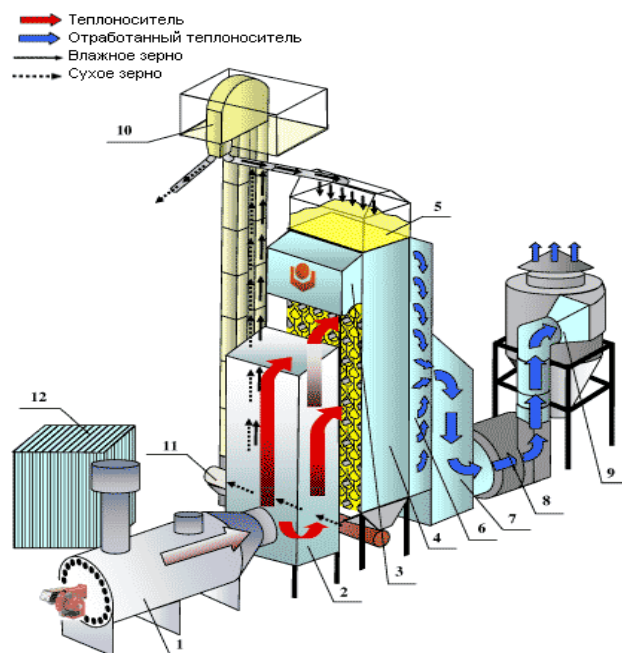
Достоинством любой конвейерной сушилки является возможность осуществлять сушку зерна в тонком слое. Это позволяет обеспечить равномерность прогрева и влагосъема по всему объёму зерна, расположенного

на конвейере. К особенностям конструкции данного типа сушилок можно отнести материал, используемый для конвейеров, систему воздухораспределения как горячего теплоносителя, так и воздуха используемого для охлаждения зерна. Существует как стационарное, так и мобильное исполнение. В качестве теплоносителя может быть использовано дизельное топливо, или газ.

Данный тип зерносушилок изготавливают на большие производительности (до 50 т/ч) по сушке зерна, что очень востребовано при уборке кукурузы и поздних сортов подсолнечника. Однако предлагаемые современные конструкции такого типа зерносушилок отличаются повышенной энергоёмкостью за счёт неэффективного использования энергии теплоносителя, несовершенной системы воздухораспределения и практически полного отсутствия рекуперации.

Шахтные зерносушилки (рис.1.2) исторически наиболее известны нашему потребителю. Своё название они получили из-за конструкции сушильной камеры, выполненной в виде вертикальной шахты по которой зерно движется самотёком. Агент сушки подаётся в сушильную камеру через короба, проходящие поперёк сушильной камеры. Отработанный теплоноситель подвергается очистке. Дальнейшее его продвижение зависит от того, используются ли в конструкции зерносушилки элементы рекуперации. Именно на шахтных зерносушилках детально отработаны технологии интенсификации и снижения энергоёмкости процессов сушки зерна за счёт использования его рециркуляции, предварительного подогрева [4,5,6,7]. Мы не будем останавливаться на рассмотрении этих технологий ввиду другой направленности данной работы.

В конструкции многих зерносушилок преследуется одна из основных целей – обеспечить равномерность распределения теплоносителя в зерновом слое. Такие задачи призвана решать и жалюзийная зерносушилка (рис.1.3).



- 1- теплогенератор; 2 - подводящий канал; 3 - канал подвода теплоносителя;
 4 - шахта; 5 - надсушильный бункер; 6 - канал отвода теплоносителя;
 7 - соединительный канал; 8 - вентилятор; 9 - система аспирации;
 10 - двухпоточная нория; 11 - выгрузной винтовой конвейер;
 12 - рабочее место оператора

Рисунок 1.2 – Схема шахтной зерносушилки [6]

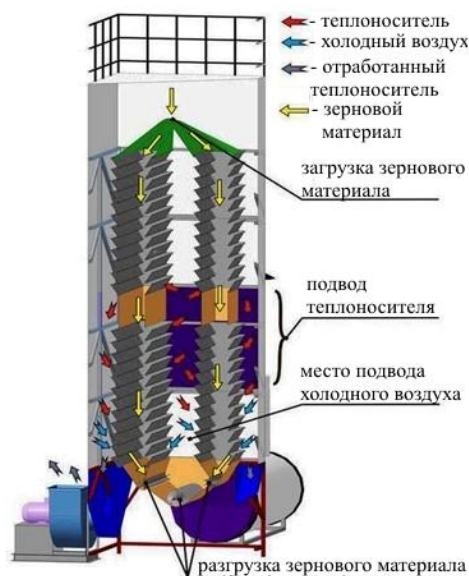


Рисунок 1.3 – Схема сушки в жалюзийной (колонковой) зерносушилке [8]

В последнее время широкое распространение получают мобильные бункерные зерносушилки (рис.1.4). Конструкция сушильной камеры обеспечивает переменную толщину зернового слоя по высоте бункера. В

верхних слоях она больше, в нижних – меньше, что позволяет изменять интенсивность тепло – и влагообмена.

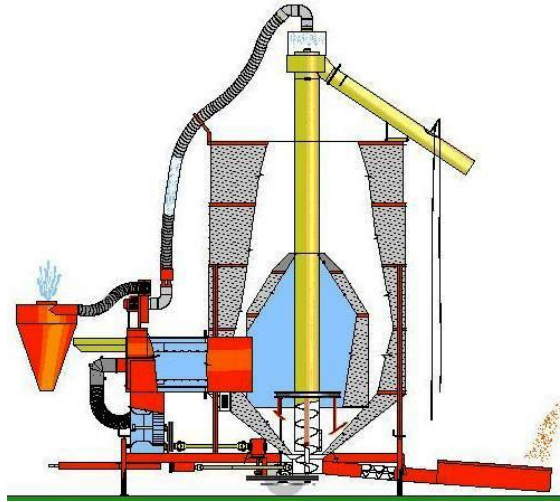


Рисунок 1.4 – Конструкция бункерной зерносушилки [9, 10]

Перемешивание зерна в процессе сушки может обеспечиваться его перемещением из верхней зоны бункера в нижнюю с помощью вертикального шнека.

В башенных зерносушилках (рис.1.5) обеспечивается сушка кольцевого пространства зернового слоя. Конструкция обеспечивает небольшую неравномерность сушки по слою зерна.

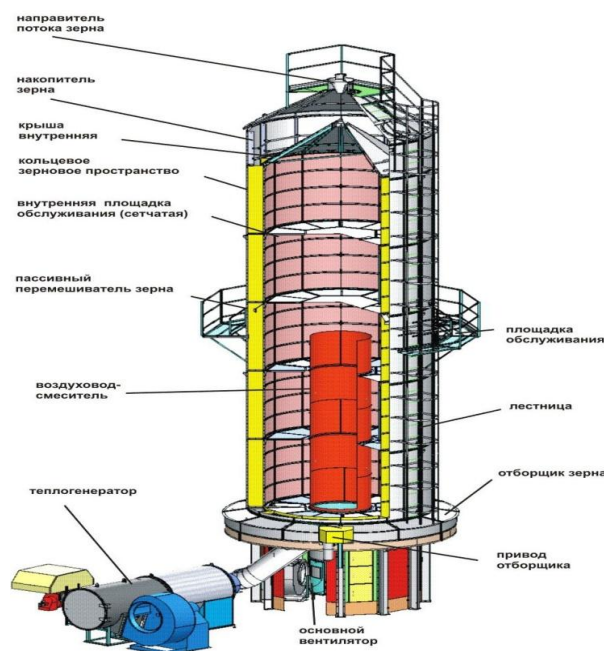


Рисунок 1.5 – Схема башенной зерносушилки [11]

Б) СУШКА В РАЗРЫХЛЁННОМ СЛОЕ:

- барабанные (рис.1.6); шнековые (рис.1.7); каскадные; карусельные (рис.1.8); вибрационные (рис.1.9).

В барабанных зерносушилках, как правило, сушат фуражное зерно, поскольку не всегда удаётся соблюсти требуемый температурный режим. Теплопередача осуществляется за счёт теплоносителя и нагретых стенок вращающегося барабана. Барабан установлен под углом, что обеспечивает перемещение зерна вдоль него в зону выгрузки.

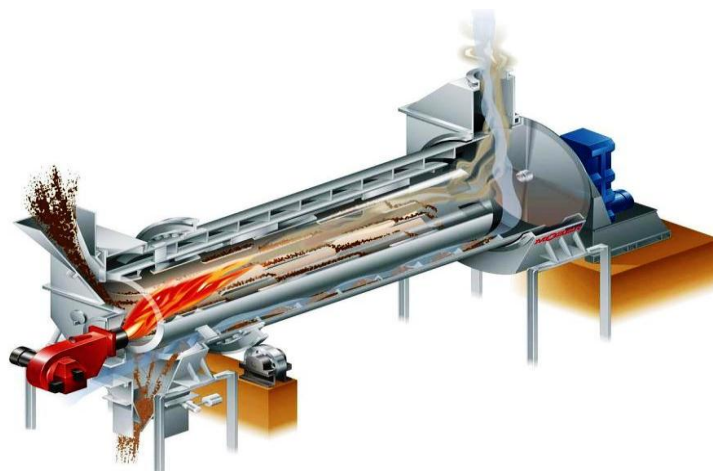


Рисунок 1.6 – Схема сушки в барабанной зерносушилке [12]

В шнековых зерносушилках перемещение зерна осуществляется с помощью шнека. В процессе перемещения зерно обдувают подогретым воздухом.



Рисунок 1.7 – Внешний вид шнековой сушилki [13]

В карусельной зерносушилке (рис.1.8) на вращающейся перфорированной поверхности формируется слой зерна, через который продувают горячий воздух. Вращение слоя зерна обеспечивает более равномерное распределение агента сушки и, соответственно, более равномерное высыхание зернового слоя.



Рисунок 1.8 – Внешний вид карусельной зерносушилki [14]

Чтобы обеспечить более равномерное обтекание агентом сушки сушимого материала при его колебании используют вибрационные сушилki (рис.1.9). Как правило, для сушки зерна они не используются.

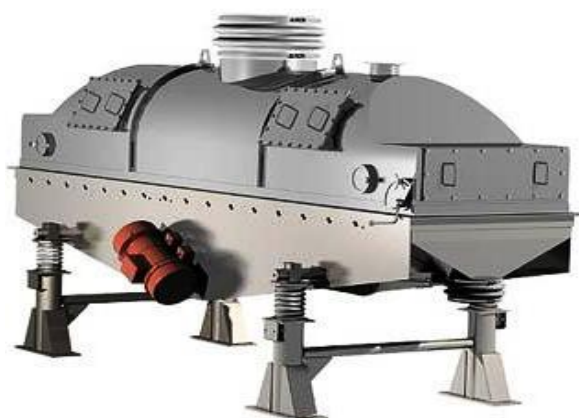


Рисунок 1.9 – Внешний вид вибрационной сушилki [13]

В) СУШКА В ПСЕВДОСЖИЖЕННОМ (КИПЯЩЕМ) СЛОЕ:

- однокамерные; многокамерные; фонтанирующим слоем (рис.1.10); с виброаэросжиженным слоем; с виброаэрофонтанирующим слоем.

Особым преимуществом в равномерности тепло – и влагообмена, его интенсивности обладают зерносушилки в которых реализован способ сушки в псевдосжиженном (кипящем) слое зерна. На рисунке 1.10 представлена схема сушки в фонтанирующем слое. Следует учитывать, что пока данная технология не предусматривает высоких производительностей сушки. Также частые удары, которым подвергается зерно при сушке, делает нецелесообразным использование этих установок для семенного зерна.

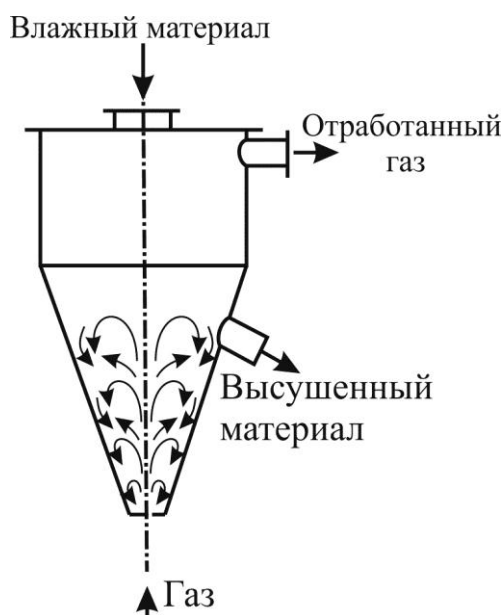


Рисунок 1.10 – Схема сушки в фонтанирующем слое

Каждый тип представленных зерносушилок имеет своё преимущество, свою нишу в широком спектре технологических процессов. Как правило, они и разрабатывались под условия конкретных технологических процессов.

Вопросы сушки зерна, достаточно глубоко описаны в трудах Авдеева А.В., Гержоя А.П., Гинзбурга А.С., Голубковича А.В., Лыкова А.В., Малина Н.И., Окуня Г.С., Птицына С.Д., Резчикова В.А., Рудобашты С.П., Сорочинского В.Ф., Чижикова А.Г. Более детально установками сушки в плотном неподвижном слое зерна, совершенствованием их конструкций, управлением процессом занимались Анискин В.И., Бастрон Т.Н., Бородин И.Ф., Васильев А.Н., Гирнык Н.Л., Гуляев Г.А., Краусп В.Р., Манасян С.К.,

Мельник Б.Е., Пиляева О.В. Цугленок Н.В. Ими выполнен громадный объём работы в этом направлении, который позволил авторам попытаться углубиться в некоторые аспекты тепло и – влагообмена, и совершенствования технологий сушки с использованием электротехнологий. В представленном материале упор сделан на применение полей СВЧ.

ГЛАВА 2 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛЕЙ СВЧ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СУШКИ ЗЕРНА

2.1. Принципы, положенные в основу совершенствования технологии сушки зерна

Особенностью технологических процессов сельского хозяйства является работа с биологическими объектами. Эта особенность, кроме того, что создаёт большие трудности, как в организации производства, так и в управлении оборудованием и технологическими процессами, имеет определённые плюсы. Она позволяет использовать энергию самого биологического объекта для решения проблем производителя продукции. Задача заключается в том, как эту запасённую биологическим объектом энергию высвободить, как научиться управлять ею.

Решение данной проблемы рассматривалось авторами на примере технологий по послеуборочной и предпосевной обработке зерна [15,16]. При этом рассматривалось несколько подходов (адаптационный, энергетический, термодинамический, информационный), позволяющих описать ответные реакции биологического объекта на внешние технологические воздействия. В результате анализа каждого подхода сформулированы реакции объекта на внешнее воздействие, или требования к технологическому процессу, выполнение которых позволит управлять биологическими реакциями объекта в пользу решения производственных задач.

При использовании *Адаптационный подхода* [17] установлено: - для прохождения адаптационных реакций на уровне не структурных, а

функциональных изменений воздействие должно быть постепенно нарастающим, длительным, перемежающимся (циклическим);

- для получения реакции активации необходимо физическое воздействие определенной величины, далее его следует уменьшить или прекратить. Затем увеличить силу воздействия на 20-25% по отношению к первоначальному значению;

- начальная величина воздействия должна быть минимальной для прохождения адаптационных реакций на нижних этажах реактивности. При этом уровень реактивности будет наивысшим;

- наибольший эффект от физического воздействия будет при сочетании неспецифических реакций со специфическими.

Энергетический подход [18] позволил сделать несколько выводов:

- принцип экономии энергии не всегда является определяющим в поведении и развитии биологических объектов и не может быть принят в качестве основного;

- система саморегуляции биологических процессов зерновки имеет несколько стационарных состояний, определяемых сортовыми особенностями и «опытом» предшествующих развитий и послеуборочных обработок.

Термодинамический подход [19,20] позволил сформулировать принципы реакций зерновки на внешние воздействия:

- уровень внешнего воздействия на зерновку может быть таким, чтобы зерновка не переходила в другое стационарное состояние. В этом случае адаптационная реакция будет находиться в стадии «тренировка»;

- при внешнем воздействии, когда зерновка переходит в другое стационарное состояние, эффективность предпосевной обработки и продолжительность эффекта зависит от того, какому значению энтропии соответствует новое стационарное состояние;

- время, в течение которого зерновка будет оставаться в новом стационарном состоянии, будет разным в зависимости от того: а) каким

способом зерновка выведена из исходного стационарного состояния (какой вид внешнего воздействия применялся); б) какому значению энтропии соответствует новое состояние зерновки.

Информационный подход [21 – 24] позволил сформулировать основные принципы [25,26], которые необходимо соблюдать при разработке способов предпосевной обработки и сушки зерна [27,28]:

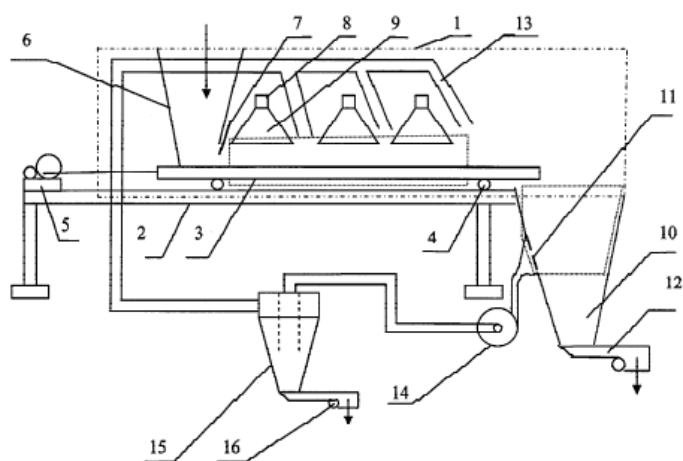
- необходимо определить минимальную энергетику внешнего воздействия, которую воспринимает зерновка;
- воздействие должно быть циклическим. Периоды циклов зависят от культуры семян и вида биофизического воздействия;
- амплитуда внешнего воздействия в каждом цикле может быть различной (с увеличением от цикла к циклу);
- для повышения эффективности сушки целесообразно в процессе тепло- и влагообмена менять виды внешних воздействий.

Наибольший эффект в этом случае может быть получен при использовании электротехнологий потому, что их энергоёмкость значительно ниже чем теплового воздействия. Рассмотрим некоторые варианты использования полей СВЧ для повышения эффективности сушки зерна.

2.2 Варианты использования полей СВЧ для повышения эффективности сушки

Достаточно активно использование СВЧ - энергии для сушки, в том числе и зерна, развивалось в 80-е годы прошлого столетия. В Советском Союзе это направление интенсивно разрабатывалось в МИИСП им. В.П. Горячкина по руководством академика Бородин И.Ф. [29,30,31]. Здесь разрабатывались вопросы обеззараживания почвы, предпосевной обработки семян. Вопросы использования СВЧ для сушки зерна рассматривался Пахомовым В.И. [32]. В большей части такие разработки проводились за рубежом. Фирма Ken Bratney Co в 1982 году приступила к производству СВЧ – зерносушилок [33]. В данной установке многокамерная сушильная секция расположена горизонтально. Зерно

передвигают шнековым транспортёром. Магнетроны, каждый мощностью 1,3 кВт, установлены на сушильных вакуумных камерах над транспортёром. Используют 9 магнетронов на одну сушильную камеру. В выпускаемой конструкции предусматривалось 4 камеры. Сочетание СВЧ нагрева с вакуумом обеспечивало энергоёмкость сушки 0,13...0,26 кВт·ч на 1 кг испарённой влаги. Стоимость такой зерносушилки составляла около 100 тыс. долл. Продолжение «конвейерной» тематики СВЧ зерносушилок нашло отражение и в работах советских учёных. Так применение СВЧ поля для обработки зерна движущегося на конвейере использовалось в своей работе Пахомовым В.И. [32]. Эта направленность отражена и в современных работах по СВЧ сушке [34]. На рисунке 2.1 представлен один из вариантов реализации такой установки.



- 1- корпус рабочей камеры; 2- опорная рама; 3 – устройство для перемещения материала; 4 – опорные ролики; 5 – привод; 6 – загрузочное устройство;
 7 - регулирующий шиберный затвор; 8 - СВЧ- излучатели; 9 – раструбы;
 10 - разгрузочное устройство; 11 – шпальтовое сито; 12 – шлюзовой питатель;
 13 - устройства для подачи и отбора воздуха в виде системы воздухопроводов;
 14 – пылеулавливающее устройство; 15 - шлюзовой питатель;
 16 – трубопровод; 17 – вентилятор

Рисунок 2.1 Схема установки для сушки сыпучих диэлектрических материалов по патенту [34]

Под воздействием СВЧ-поля материал нагревается, содержащаяся в нем влага испаряется. При разгрузке высушенного материала он попадает в разгрузочное устройство 10 на шпальтовое сито 11, в пространство под которым нагнетается вентилятором 17 воздух, поступающий через отверстия в

сите 11 внутрь разгрузочного устройства 10, создавая внутри него зону обдува, при этом используется горячий воздух, откачиваемый из зоны нагрева с помощью системы воздухопроводов 13, очищенный от пыли в пылеулавливающем устройстве 14 и подаваемый через трубопровод 16 в вентилятор 17.

В настоящее время именно конвейерные сушилки находят большее распространение. Серия микроволновых конвейерных сушилок MDBT (производитель фирма Linn High Therm, Германия) предназначена для сушки мелких предметов (рисунок 2.2). Блочная структура конвейера позволяет варьировать его длину от 5 до 30 м. Ширина конвейера от 200 до 1000 мм.



Рисунок 2.2 - Конвейерная сушилка Linn MDBT [35]

Максимальная температура нагрева продукта составляет 230 °С. Установка может использоваться для подогрева или удаления воды из пищевых продуктов, а также во всех процессах, где необходимо удалить воду или подогреть любой поглощающий микроволновое излучение материал. На рисунке 2.3 показана сушка моркови на установке Linn MDBT.



Рисунок 2.3 - Сушка моркови на установке Linn MDBT

Микроволновая сушилка конвейерного типа была разработана и изготовлена фирмой АСТ для сушки хлебцов (рис.2.4). Модификация этой установки позволяет использовать её для других хлебных продуктов и обработки кормов.



Рисунок 2.4 - Сушилка микроволновая модели АСТ-4 [36]

Китайская фирма Liaoyang Korican Machinery Co., Ltd. Предлагает конвейерную микроволновую установку (рис.2.5) применяемую для высушивания при низкой температуре лекарственных материалов, теплочувствительных материалов в таких областях, как пищевая промышленность, биоинженерия, химия. Частично технические характеристики установки приведены в таблице 2.1



Рисунок 2.5 – Конвейерная микроволновая установка [37]

Таблица 2.1 – Технические характеристики микроволновой конвейерной сушилки

Модель	KWZD-20	KWZD-30	KWZD-50	KWZD-100	KWZD-150
Рабочая частота микроволн, ГГц	2450±15				
Общая мощность поставки, кВт	<30	<45	<70	<125	<180

Микроволновая конвейерная установка производства "ООО "Ингредиент" Бархан-3 (рис.2.6) имеет следующие технические характеристики:

Количество микроволновых модулей: 2шт.
 Производительность по орехам 400 кг/ч .
 Производительность по семечкам 250-300 кг/ч.
 Рабочая температура: от +5 до +230 °С.
 Электропитание: 3ф 380В, 50-60 Гц.
 Потребляемая мощность, max: 60 кВт.
 Габаритные размеры (ДхШхВ): 3600х1300х2300 мм.
 Вес: 850 кг.

Данная установка может быть использована для: обжаривания орехов – фисташек, арахиса, миндаля и других, а также семян и ядер подсолнечника; высушивания сухих смесей, круп, кормов для скота и прочее; высушивания природных и промышленных сыпучих материалов, таких, как глина, песок, углерод, строительные и химические материалы; «сухой варки» овощей, фруктов и прочих продуктов.



Рисунок 2.6 – Установка Бархан – 3 [38]

При этом продукт варится в испаряемой из него же жидкости, качество конечного продукта в этом случае намного выше, чем при традиционной варке в воде, поскольку полезные вещества не уходят в воду, а остаются в продукте; обработки семян перед высадкой, при этом несколько возрастают показатели всхожести и скорости прорастания семян, а эффективность сушки намного больше, чем при жарке; уничтожения мелких жучков, размножающихся в продуктах, и восстановления качества продуктов.

Китайская компания Shandong Adasen Trade Co., Ltd предлагает СВЧ – конвейерную установку JN-15 для сушки и пастеризации продукции (рис.2.7).



Рисунок 2.7 – Микроволновая установка JN-15 [39]

Краткие технические характеристики установки приведены в таблице 2.2

Таблица 2.2 - Технические параметры JN-15

Напряжение Питания	380 В, 50 Гц
Выходная частота	2450+50 мГц
Полная мощность	21kva
Мощность поля СВЧ	0-15кВт (регулируется)
Температура нагрева	0-200 °С (регулируется)
Размеры (ДхВхШ)	8300x850x2050 (мм)

Как видно из представленных данных производительность конвейерных установок невысокая. Предназначены они в основном для сушки небольших партий овощей, специй, орехов, семечки и т.п. Сложно представить

высокопроизводительную (20...50 т/ч) конвейерную установки в технологической линии сушки зерна. Достижение такой производительности возможно за счёт увеличения длины конвейера, что весьма проблематично.

Увеличение эффективности СВЧ – конвективных сушилок осуществляется, как и в установках фирмы Ken Bratney Co, за счёт использования создания разрежения в вакуумных камерах сушки. Так в микроволновых вакуумных установках серии Муссон (рис.2.8) сушка продуктов осуществляется в вакуумной камере при более низкой температуре, чем при атмосферном давлении, как правило, это усиленная сушка при температуре 30 °С.



Рисунок 2.8 – Установка микроволновая вакуумная «Муссон» [40]

Тем не менее, независимо от того, что температура микроволновой сушки в вакууме низкая, жидкость, находящаяся в продукте, имеет температуру, близкую к температуре кипения. Такой способ высушивания обеспечивает максимальное сохранение витаминов и полезных веществ в конечном продукте. Особенно важно это при высушивании фармацевтических препаратов, лекарственных растений и трав и тому подобное [40].

Установка предназначена для низкотемпературной вакуумной сушки таких продуктов как: биологически активные добавки, лекарственные травы и корни, фармацевтические материалы, морепродукты; стерилизация фиточаев, пищевых добавок, специй и т.п.; модификация структуры продукта:

вспененные шкурки и т.п.; перегонка растительного сырья с получением сухого остатка и ароматизированного дистиллята; жарка орехов, семян подсолнечника; исследования совместного воздействия микроволновой энергии и пониженного давления.

Одним из вариантов исполнения микроволновых вакуумных сушилок является барабанная конструкция. Так в патенте [41] представлено такое устройство.

Микроволновую вакуумную установку «Альтернатива» [42] (рис.2.9) рекомендуется использовать для обезвоживания дорогостоящей продукции: мяса, сыра (70-80 кг/сут), пчелиного маточного молочка, экстрактов, цукатов и др., для жарки кофе, орехов. По этим продуктам окупаемость МВУ составляет 3-12 мес. На этих установках прекрасно сушатся овощи. Конечные продукты обезвоживания можно получать с различной влажностью, например: балыки с влажностью от 28-55 %, цукаты 28-37 %, лук 12-14 %, а пчелиное маточное молочко 1,2-2,0 % и т.д.



Рисунок 2.9 – Микроволновая вакуумная установка «Альтернатива» [42]

Использование вакуума значительно повышает эффективность СВЧ сушилок древесины (рис.2.10). СВЧ - вакуумная технология - это эффективная технология сушки массивной древесины крупного

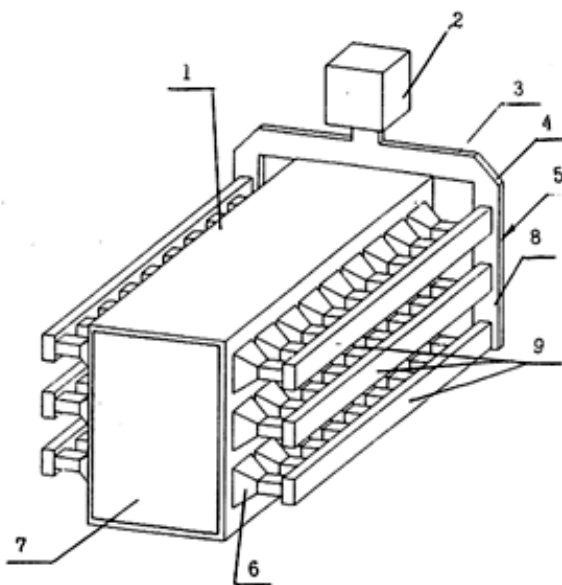
сечения, благодаря которой можно просушить брус, бревно, лафет до 10 % влажности.



Рисунок 2.10 – СВЧ – вакуумная сушилка древесины [43]

Этот метод сушки позволяет производить стеновой материал, который по своим потребительским свойствам и качеству вплотную подошел к клееному брусу, а по некоторым показателям и превзошел его.

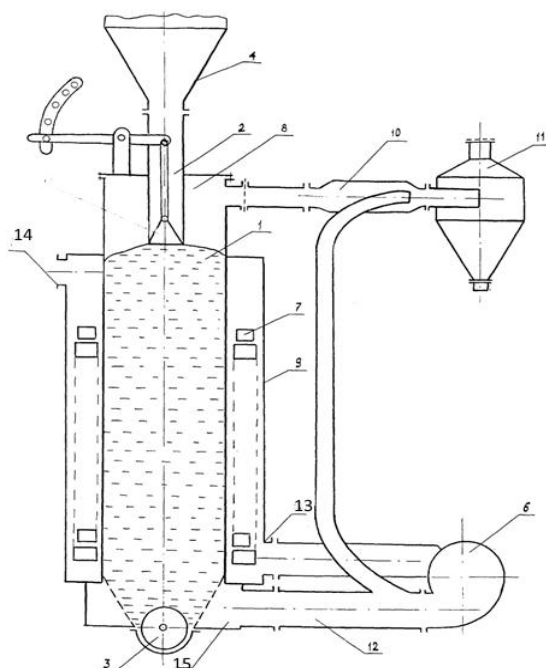
Распределение леса по большому объёму камеры сушки требует равномерного распределения поля СВЧ. Один из вариантов решения этой проблемы отражён в патенте [44] (рис. 2.11).



1- сушильная камера; 2 – СВЧ генератор; 3 – волновод в виде Т - образного разветвления; 4 – изгибы волновода; 5- волноводные тракты; 6 - рупорные антенны; 7 – загрузочное окно; 8, 9 – вертикальные и горизонтальные волноводы

Рисунок 2.11 – Схема установки для сушки диэлектрических материалов по патенту [44]

Зерносушилки, используемые в технологических процессах послеуборочной обработки, должны органично встраиваться в технологические линии и обеспечивать требуемую производительность. Описанные ранее СВЧ сушилки обеспечивают хорошее качество материала после сушки, обладают низкой энергоёмкостью, но имеют малую производительность. В этом плане более эффективными являются проточные зерносушилки, в которых зерно под собственным весом движется сверху вниз. В процессе движения оно подвергается воздействию поля СВЧ и агента сушки. На рис. 2.12 показана одна из схем такой зерносушилки [45].



1- сушильная камера; 2- загрузочное устройство; 3- разгрузочное устройство в виде шнека; 4, 5 – загрузочный и разгрузочный, соответственно, бункеры; 6 - вентилятор; 7 – магнетроны с источниками питания; 8- полость отсоса; 9 - кожух под СВЧ –генераторами; 10 – инжектор; 11 – циклон; 12 – разветвитель; 13,14 - входной и выходной патрубки соответственно; 16 - камера поддува

Рисунок 2.12 – Схема установки микроволновой для сушки сыпучих материалов по патенту [45]

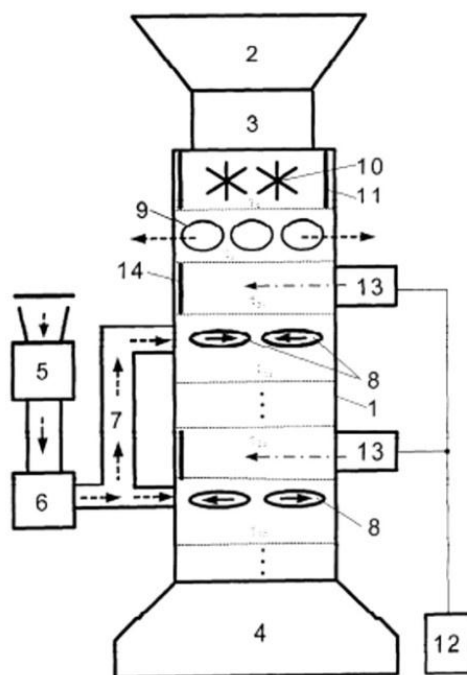
Установка работает следующим образом. В сушильной камере 1 материал нагревается СВЧ-энергией, вырабатываемой СВЧ-генераторами 9, и под собственным весом опускается к разгрузочному устройству 3, где разгружается с помощью шнека 13 с приводом 14 в бункер 5.

В процессе нагрева материал продувается подогретым воздухом вентилятором 6. При этом воздух засасывается под кожух над СВЧ - генераторами 9 через патрубок 17, нагревается, охлаждая СВЧ - генераторы, и подается в камеру поддува 16 и через перфорацию в материал. Часть нагнетаемого вентилятором воздуха отводится разветвителем 12 и поступает в инжектор 10, где выполняет две функции: создает разрежение в камере отсоса, улучшая продувку, и закручивает воздух в циклоне 11, улучшая отделение твердых частиц. К недостаткам данной зерносушилки можно отнести большую толщину слоя зерна, через который необходимо продувать воздух. Это создаёт неравномерность распределения воздушных потоков по слою и, соответственно, неравномерность высушивания зерна. Также имеется неравномерность распределения поля СВЧ по толщине зернового слоя.

СВЧ обработка зерна способствует его обеззараживанию от зерновых вредителей и микотоксинов [46,47]. Использование ультрафиолетового излучения совместно с СВЧ обработкой позволяет более эффективно проводить обеззараживание зерна. Один из вариантов исполнения такой зерносушилки представлен в патенте [48]

Шахтная зерновая сушилка работает следующим образом. Зерно загружается в бункер 2 зерносушилки, а через дозатор 3 под собственным весом перемещается вдоль сушильной камеры 1, последовательно через зоны. В сушильной камере 1 оно последовательно подвергается обработке УФ излучениями от источника(ов) 10 УФ излучений в зоне 11, где зерно, под действием энергии УФ излучений с длиной волны 240-300 нм при дозе в 500-1000 Вт/см, обеззараживается от микроорганизмов, в зоне 12 отводится отработанный сушильный агент.

В СВЧ – конвективных зерносушилках шахтного типа, так же как и в простых шахтных зерносушилках, существует проблема равномерного распределения сушильного агента. Кроме того, распределение



1 - сушильная камера; 2 - бункер загрузки зерна; 3 - дозатор зерна;
 4 - бункер выгрузки зерна; 5 - нагнетатель сушильного агента; 6 - теплообменник предварительного подогрева сушильного агента; 7 - канал нагнетания сушильного агента;
 8 - входы нагнетания сушильного агента в сушильную камеру; 9 - выходы отвода отработанного сушильного агента; 10 - источники УФ излучений; 11 - отражатель УФ излучений; 12 - зона отвода сушильного агента; 13 - волноводно-щелевые возбуждители

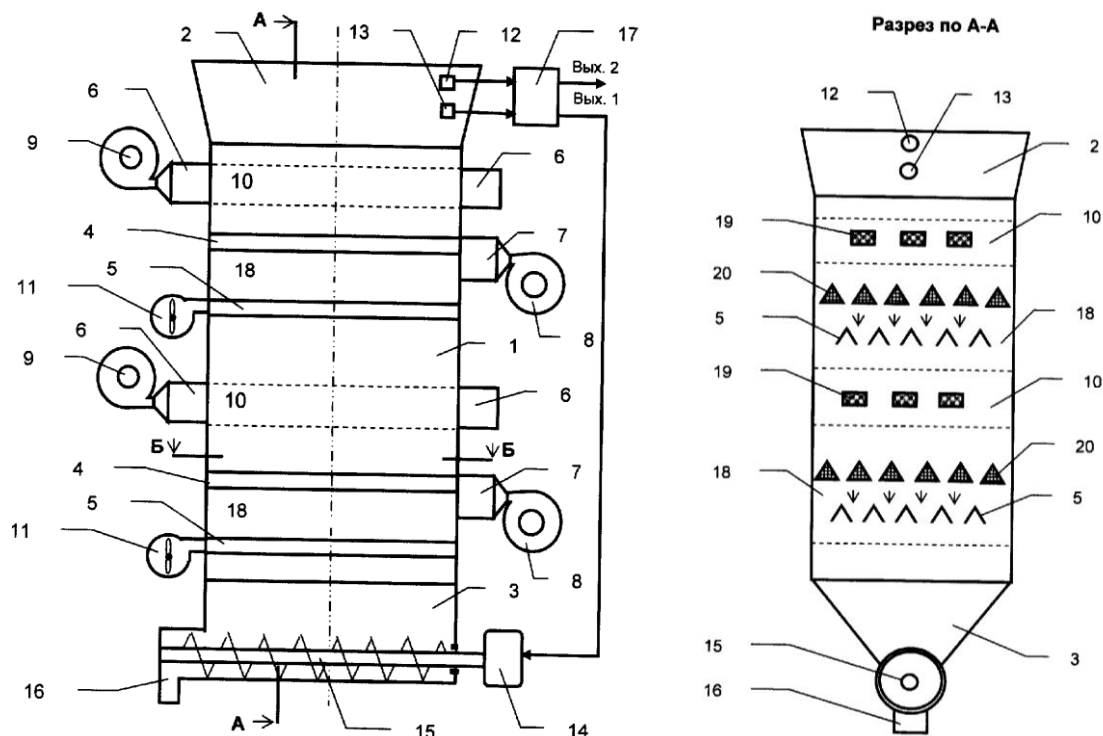
Рисунок 2.13 – Конструкция шахтной зерновой сушилки по патенту [48]

электромагнитного поля СВЧ внутри зернового слоя значительно зависит от его влажности. Чем выше исходная влажность обрабатываемого зерна, тем больше ограничивается проникновение поля внутрь зернового слоя. Все варианты исполнения СВЧ – конвективных зерносушилок направлены на решения именно этих проблем. Так на рис.2.14 представлен вариант улучшающий распределение агента сушки в камере [49].

В патенте [50] представлен вариант конструкции сушильной камеры, в котором источник излучения размещается внутри зернового слоя (рис.2.15). В этом случае частично решается вопрос равномерности распределения поля в слоя зерна, однако эта проблема остаётся не решённой.

Данная установка для сушки сыпучих материалов содержит вертикальную сушильную камеру прямоугольной формы, функционально разделенную на надсушильную секцию 1, секцию нагрева 2 и секцию

охлаждения 3 и имеющую сужающуюся нижнюю часть 4, СВЧ-генератор 5, нагнетательный вентилятор 6, загрузочное и разгрузочное устройства (на фиг.1 не показаны). Между надсушильной секцией 1 и секцией нагрева 2 между

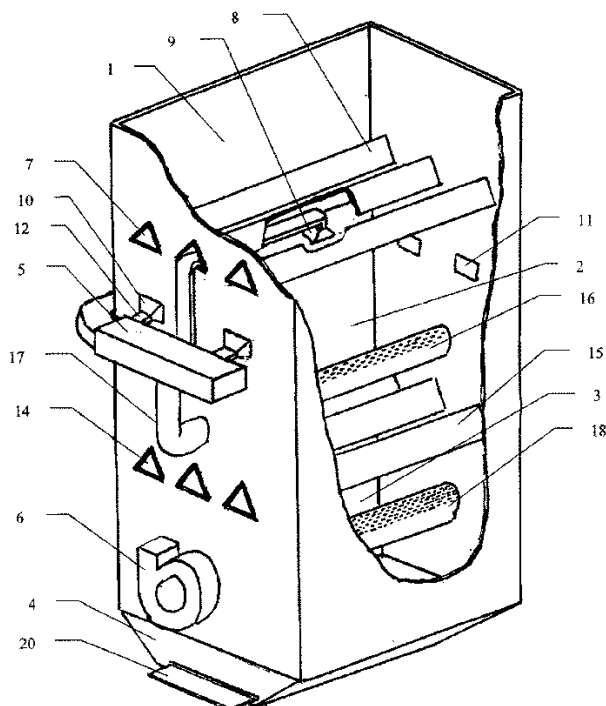


1 - сушильная камера; 2 и 3 - бункера загрузки и выгрузки; 4 и 5 - Л-образные короба подвода и отвода сушильного агента; 6 - СВЧ-генератор; 7 - теплогенератор; 8 - нагнетательный вентилятор сушильного агента; 9 - нагнетательный вентилятор для охлаждения магнетронов; 10 - зона СВЧ-нагрева; 11 - вытяжной вентилятор сушильного агента; 12 и 13 - датчики верхнего и нижнего уровня бункера; 14 - привод шнекового устройства; 15 - шнек бункера выгрузки; 16 - выход вывода зерна из бункера выгрузки; 17 - блок управления потоком зерна; 18 - зона удаления влаги сушильным агентом; 19 - радиопрозрачные заглушки антенн магнетронов СВЧ-генератора; 20 - вводные окна подвода сушильного агента; 21 и 22 - воздухопроводы подвода и отвода сушильного агента

Рисунок 2.14 – Схема зерносушилки по патенту [49]

окнами 7 в торцах сушильной камеры установлены горизонтальные Л-образные отводящие короба 8 горячего воздуха, один из которых ориентирован по горизонтальной оси симметрии и имеет вертикальный СВЧ-излучающий рупор 9, раскрыв которого заглушен радиопрозрачной заглушкой, ориентирован внутрь камеры сушки, а ось излучения совпадает с вертикальной осью симметрии камеры сушки. На противоположных стенках секции нагрева 2 установлены симметрично относительно вертикальной и горизонтальной оси

горизонтальные СВЧ-излучающие рупоры 10, раскрыты которых заглушены радиопрозрачными заглушками 11 и ориентированы внутрь камеры, а оси излучения расположены в одной горизонтальной плоскости. Каждый СВЧ-излучающий рупор 10 через стандартный волновод 12 подключен к



- 1 - надсушильная секция сушильной камеры; 2 - секция нагрева сушильной камеры; 3 - секция охлаждения сушильной камеры; 4 - нижняя сужающаяся часть сушильной камеры; 5 - СВЧ-генератор; 6 - нагнетательный вентилятор; 7 - окна отвода горячего воздуха; 8 - Л-образные коробки отвода горячего воздуха; 9 - вертикальный СВЧ-излучающий рупор; 10 - горизонтальные СВЧ-излучающие рупоры; 11 - радиопрозрачные заглушки СВЧ-излучающих рупоров; 12 - волноводы горизонтальных СВЧ-излучающих рупоров; 14 - окна отвода холодного воздуха; 15 - Л-образные коробки отвода холодного воздуха; 16 - подводящий перфорированный короб горячего воздуха; 17 - патрубок подвода горячего воздуха; 18 - подводящий перфорированный короб холодного воздуха; 19 - патрубок подвода холодного воздуха; 20 - экранирующий кожух магнетронов

Рисунок 2.15 – Разрез сушильной камеры установки для сушки сыпучих материалов по патенту [50]

соответствующему магнетрону 13 с индивидуальным источником питания. СВЧ-генератор 5 включает несколько (более 2-х) магнетронов 13. Между секцией нагрева 2 и секцией охлаждения 3 между окнами 14 в торцах сушильной камеры установлены Л-образные отводящие короба 15 холодного воздуха. Секция нагрева 2 снабжена подводящим перфорированным коробом 16, соединенным с патрубком 17 подвода горячего воздуха. Секция охлаждения 3 снабжена подводящим перфорированным коробом 18, который

через патрубок 19 соединен с нагнетательным вентилятором 6, каждый магнетрон 13 помещен в экранирующий кожух 20. Магнетроны 13 снабжены принудительной системой воздушного охлаждения, выход которой соединен с патрубком 17 подвода горячего воздуха.

Фирма АСТ, основным разработчиком конструкций СВЧ - конвективных установок в которой является Смирнов Б.Г., представила несколько вариантов исполнения таких установок.

На рис. 2.16 представлен вариант бункерной СВЧ – конвективной зерносушилки. Сушилка конструктивно разделена на два элемента: зону СВЧ-активации и бункер сушки зерна. Сначала зерно проходит через зону СВЧ-активации, где, благодаря воздействию поля СВЧ, происходит перемещение влаги из центра зерна к его поверхности. Затем зерно направляют в бункер, в котором происходит его конвективная сушка.

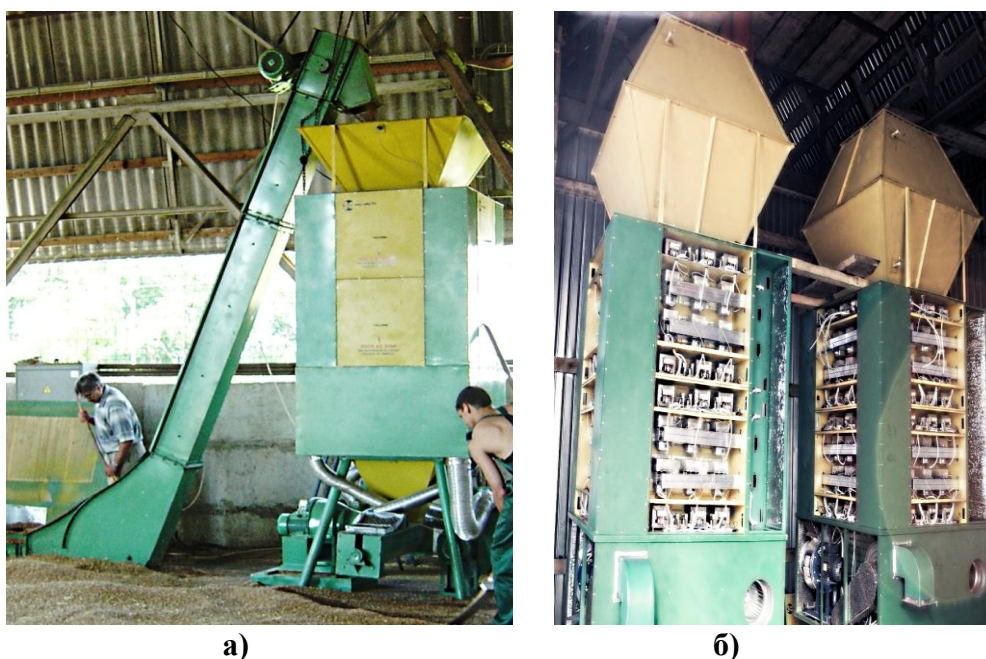


Рисунок 2.16 – Бункерная СВЧ-конвективная зерносушилка фирмы АСТ

На рисунке 2.17 представлены два варианта применения шахтной СВЧ-конвективной зерносушилки.

Шахтный вариант исполнения СВЧ-конвективных зерносушилок привлекателен своими небольшими габаритами, что позволяет размещать их в помещениях ЗАВов, совмещая процесс послеуборочной очистки с подсушкой зерна. Воздействие полем СВЧ на зерно приводит к более интенсивному

нагреву тех частей зерна, которые имеют большую влажность. В отличие от конвективной сушки, при которой в большей степени нагревается та часть зерна, которая расположена ближе к агенту сушки. Таким образом, при СВЧ-конвективной сушке градиенты температуры и влажности направлены в одну сторону. Это повышает эффективность сушки. Однако в процессе сушки распределения влажности в зерне и в зерновом слое не остаётся постоянным. Поэтому распределение микроволнового поля, а, следовательно, и температуры нагрева зерна изменяются в процессе сушки.



**Рисунок 2.17 – СВЧ-конвективная шахтная зерносушилка
а) на зернотoku и б) в помещении ЗАВа**

Эти особенности необходимо учитывать при проектировании конструкций СВЧ-конвективных зерносушилок. Поэтому целесообразно рассмотреть возможность моделирования процессов распределения микроволнового поля в зоне сушки различной конструкции. С этих позиций интересны процессы нагрева/охлаждения зерна в СВЧ активных зонах зерносушилок.

ГЛАВА 3 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ ЗЕРНА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОЛЯ СВЧ

3.1 Распределение влаги в зерновке после уборки

Анатомически зерно разделяется на три главные части: эндосперм, зародыш и окружающие их оболочки, которые резко различаются между собой по структуре и свойствам. Пленчатые культуры (рис, овес, ячмень) сверху покрыты цветковыми чешуйками — пленками [50].

Распределение химических веществ по анатомическим частям зерна пшеницы приведено в таблице 3.1.

Таблица 3.1 - Содержание основных химических компонентов в
анатомических частях зерна, %

Анатомические части зерна	Химические компоненты					Зольность
	белок	Крахмал	сырая клетчатка	пентозаны	липиды	
Плодовая оболочка	5,0-7,6	-	20,5	27,5	1,0	3,4-4,3
Семенная оболочка	12,0-19,5	-	1,0-1,2	13,8-36,0	0-0,2	12,6-20,0
Алейроновый слой	18,0	-	-	-	-	14,4-17,2
Эндосперм	12,9	78,8	0,15	2,7	0,7	0,45
Зародыш со щитком	24,3-41,3	-	2,46	9,7	15,0	5,35-6,32

Сложная форма зерновки, особенности структуры и химического состава оболочек, зародыша и эндосперма определяют развитие процессов внешнего тепло- и массообмена и внутреннего переноса влаги, тепла и биологически важных веществ, каждая из частей зерна играет особую роль в процессах переноса тепла и влаги.

Существенное значение для процессов тепло- и влагообмена имеют капилляры — каналы по которым осуществляется перемещение влаги в зерновке. У зерна отсутствуют макрокапилляры, т.е. капилляры радиус

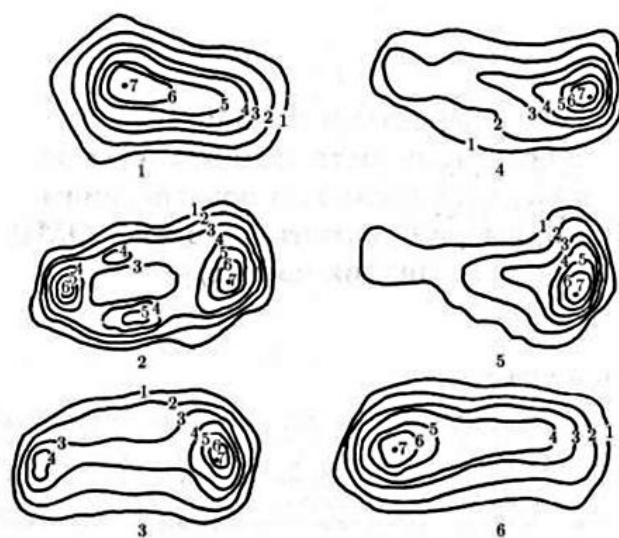
которых более 10^{-5} см [50]. Такие капилляры появляются при влагосодержании выше 40%. Проведённые [50] исследования показывают, что эндосперм зерновки макрокапилляров не имеет, а в их качестве выступают межмолекулярные промежутки. Поэтому эндосперм представляет собой плотное тело - коллоидное (квази-капиллярно пористое) тело. Макрокапилляры и поры в заметном количестве присутствуют лишь в плодовых оболочках зерновки, пустые клетки которых имеют большую емкость. Имеются также значительные промежутки между отдельными группами клеток трубчатого слоя, а также между этими клетками и семенной оболочкой. Размеры пустот намного превышают величину $1 \cdot 10^{-5}$ см. Поэтому плодовые оболочки относятся к капиллярно-пористому телу.

Такое различие в строении эндосперма и внешних покровов существенно влияет на процессы увлажнения и обезвоживания зерна. Единичное зерно следует рассматривать как сложное составное тело типа «шар в шаре».

Зародыш пшеницы и гречихи при относительной влажности воздуха $< 55\%$ менее гидрофилен, чем эндосперм. Однако при более высокой влажности атмосферы его влагосодержание изменяется намного быстрее, чем остальных анатомических частей. Так, при относительной влажности 90% зародыш гречихи сорбирует 40% влаги, а ядро 32%; у пшеницы эти значения равны 50 и 30% соответственно [50]. Таким образом, в условиях повышенной влажности атмосферы зародыш хорошо поглощает влагу из воздуха. Аналогичные процессы происходят при увлажнении зерна, что необходимо учитывать в технологических процессах предусматривающих такую операцию перед СВЧ обработкой.

Данные о роли воды и её состояния в биологических процессах были получены при исследовании особенностей водного режима на различных стадиях созревания семян пшеницы с помощью методов спинного эха ЯМР, ЭПР томографии, люминесцентных и других методов [51]. Полученные экспериментальные данные показывают, что по мере созревания семян

происходит не просто уменьшение их влажности, а уменьшается объем жидкой фазы в пределах семян. Распределение влаги в пределах зарновки существенно зависит от стадии созревания (сроков уборки) и погодных условий во время уборочной страды. Так на рисунке 3.1 приведено двухмерное изображение распределения спинового зонда в семенах пшеницы собранных и высушенных на разных стадиях созревания.



1 – через 14 дней после цветения; 2 – через 19 дней; 3 – через 27 дней;
4 – через 32 дня; 5 – через 36 дней; 6 – через 36 дней (после дождя) [52]

Рисунок 3.1 - Двухмерное изображение распределения спинового зонда в семенах пшеницы собранных и высушенных на разных стадиях созревания

Из рисунка видно, что выпадение дождя даже для вызревшего зерна пшеницы существенно влияет на картину распределения влаги в зерновке после её высушивания.

Представленный материал позволяет сделать следующие выводы:

- особенности анатомического строения зерновки предопределяют различное распределение влаги в её частях;
- существенное различие в наличии капилляров в различных частях зерновки значительно будет влиять на перемещение внутри неё;
- на распределение влаги внутри зерновки влияют сроки уборки и погодные условия в уборочную страду;

- как при искусственном увлажнении зерна, так и при его естественном высыхании наибольшую влажность имеет зародыш, а не поверхность зерна, что имеет существенное значение при СВЧ обработке зернового слоя.

3.2 Математическое описание теплообмена в зерновке при воздействии поля СВЧ

На тепло – и влагообмен в зерновом слое и зерновке влияет большое количество факторов, описание этого процесса достаточно сложно. Поэтому очень активно применяется для этих целей теория подобия [53]. Так Егоров [50] проводил исследования по влиянию режимов обработки зерна на абсолютные значения массообменного критерия Фурье Fo_m . Во всех случаях значения критерия Fo_m не превышают 0,1. Это значит, что процесс внутреннего переноса влаги как при увлажнении, так и при сушке зерна полностью лежит в нестационарной области. В этом случае наблюдается непрерывное изменение влагосодержания и энергии связи влаги в каждой точке тела, а также изменяются термодинамические характеристики материала. В связи с этим точный математический анализ процесса внутреннего влагопереноса в зерне в полной мере неосуществим.

Там же отражены результаты исследований зависимости критерия Лыкова Lu от влагосодержания в процессе сушки. В процессе сушки зерна значения критерия Лыкова быстро уменьшались и затем оставались неизменными, доходя до $0,5 \cdot 10^{-4} \dots 1,0 \cdot 10^{-4}$. Это позволило Егорову сделать вывод, что термовлагопроводность не играет существенной роли во внутреннем влагопереносе. Поэтому для случая сушки и гидротермической обработки процессы переноса тепла и влаги можно рассматривать порознь.

В отличие от конвективного нагрева, при нагреве под действием поля СВЧ наибольшую температуру имеют те части зерновки, которые более увлажнены. За счёт интенсивного нагрева наиболее влажных зон зерновки в них повышается давление паров воды [54], происходит перемещение влаги в

менее нагретые участки зерновки. Поэтому, по нашему мнению, для описания СВЧ нагрева необходимо учитывать перемещение влаги внутри зерновки.

Прежде, чем обратимся к исследованию закономерностей изменения температуры в различных зонах зерновки, следует отметить, что исследованиями в данном направлении в 80-х...90-х годах прошлого столетия активно занимались в научной школе академика Бородина И.Ф. в МГАУ им. В.П. Горячкина. Так Вендиным С.В. получены зависимости, позволяющие определить температуру в требуемой точке зерновки при СВЧ воздействии [55]. Данные зависимости могут успешно использоваться при расчёте процессов, в которых несущественным является распределение влаги по зерновке. В случае обеззараживания зерна, когда по некоторым технологиям оно может увлажняться, может обеззараживаться как свежееубранное зерно, так и зерно после хранения распределение влаги по зерновке может иметь определяющее значение. Поэтому получение математических зависимостей изменения температуры в частях зерновки, в зависимости от их влажности, при воздействии поля СВЧ является актуальной задачей исследования, решение которой позволит совершенствовать технологию обеззараживания зерна в поле СВЧ.

3.2.1 Задание модели распределения влаги в зерне

Прежде, чем перейти к разработке математической модели изменения температуры в зерновке в процессе воздействия СВЧ поля ещё раз оговорим особенности технологического процесса обеззараживания зерна. Прежде всего, речь идёт о послеуборочной обработке зерна, поступающего на ток. Зерно может быть как кондиционной влажности, так и требующим подсушки (16...18%), но в СВЧ активной зоне предусматривается только воздействие электромагнитного поля без воздухообмена.

Система дифференциальных уравнений тепло - и влагообмена при СВЧ воздействии имеет вид [56]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{\varepsilon}{cr'} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c\rho_0}; & (3.1) \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 u}{\partial R^2} + a_m \delta_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}; & (3.2) \\ \frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \frac{\partial P^2}{\partial R^2} + \frac{\varepsilon}{c_v} \frac{\partial u}{\partial \tau}. & (3.3) \end{cases}$$

где a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; ε – коэффициент фазового превращения жидкость – пар; c – удельная теплоемкость зерна, $\text{кДж}/\text{кг}^\circ\text{C}$; r' – удельная теплота парообразования, $\text{кДж}/\text{кг}$; Q_v – удельная мощность, рассеиваемая в диэлектрике при воздействии СВЧ поля, $\text{Вт}/\text{м}^3$; ρ_0 – плотность сухого вещества зерна, $\text{кг}/\text{м}^3$; a_{m_2} – коэффициент диффузии жидкости, $\text{м}^2/\text{с}$; δ_2 – относительный коэффициент термодиффузии; P – избыточное давление в образце, Па ; c_v – емкость тела по отношению к влажному воздуху, $c_v = \frac{1}{P_n}, \frac{1}{\text{Па}}$; P_n – давление пара материала при данном влагосодержании, Па ; Θ – температура зерновки, $^\circ\text{C}$; a_p – коэффициент конвективной диффузии пара, $\text{м}^2/\text{с}$.

При СВЧ обработке зерна с целью его обеззараживания основной задачей является температурное воздействие на зерно. В процессе обработки не ставится задача снижения влажности зерна, поэтому не предусматривается продувание зернового слоя воздухом. Поскольку обработку зерна проводят в плотном слое, то можно считать, что влага, выделяется в межзерновое пространство при СВЧ воздействии там и остается, а затем зерном и поглощается. Поскольку влажность всех зерновок одинакова, то между ними влагообмена не происходит. Поэтому примем допущение, что в процессе СВЧ обработки влагообмена зерновки с окружающей средой не происходит. Следовательно, в уравнениях (3.1), (3.2), (3.3) можно принять скорость изменения влажности равной нулю

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = 0.$$

Тогда система уравнений будет выглядеть следующим образом.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{Q_v}{c \rho_o} \quad (3.4);$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} = \delta_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} \quad (3.5);$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \frac{\partial P^2}{\partial R^2} \quad (3.6).$$

Уравнение (3.4) показывает, что скорость изменения температуры зерновки зависит от скорости изменения градиента температуры в зерновке и от удельной мощности, выделяемой в зерновке, которая в свою очередь зависит от диэлектрической проницаемости зерновки. Поскольку влажность зерновки по объему распределена неравномерно, то и скорость нагрева различных участков зерновки будет неодинакова.

Уравнение (3.5) показывает, что скорость изменения градиента температуры пропорциональна скорости изменения градиента влагосодержания. Уравнение (3.6) показывает, что скорость изменения давления паров влаги в зерновке пропорциональна скорости изменения градиента давления. В наших расчетах это уравнение не понадобится.

Если в уравнении (3.4) слагаемое $(\partial^2 \theta)/(\partial R^2)$ заменить его значением из уравнения (3.5), то получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{Q_v}{c \rho_o} \quad (3.4);$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -\frac{a}{\delta_2} \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{Q_v}{c \rho_o} \quad (3.7)$$

Данная система уравнений описывает зависимость скорости изменения температуры зерновки от скоростей изменения градиентов температуры и влажности.

Уравнение (3.4) представляет собой уравнение теплопроводности, описывающее изменение температуры в каждой точке объекта при подведении энергии из вне [57,58,59].

Уравнение теплопроводности в задачах математической физики относится к задачам параболического типа [60,61]. Чтобы с помощью уравнения теплопроводности описать динамику температурного поля в теле, необходимо знать распределение температуры в начальный момент времени, т.е. задать начальные условия. Кроме того, требуется знать тепловой режим на поверхности тела, т.е. задать граничные условия во всех точках поверхности тела в любой момент времени.

Чтобы задать начальные и граничные условия более подробно рассмотрим свойства зерновки поступающей под действие поля СВЧ.

Процессы нагрева зерна и перемещения влаги в нем существенно зависят от влажности различных слоев зерна. Ранее было показано, что при созревании зерна распределение влаги в нем зависит от сроков уборки и неравномерно по объему зерна. Будем считать, что семена имеют круглую форму, тогда распределение влаги в них после уборки условно можно представить в виде рисунка.

1-7 - условные зоны зерна с одинаковой влажностью. Зоне с большим номером соответствует большая влажность: $W_7 > W_6 > W_5 > W_4 > W_3 > W_2 > W_1$.

При воздействии полем СВЧ нагревание частей объема зерновки будет происходить в соответствии с распределением влажности в ней. Следовательно, в меньшей степени будут нагреваться наружные слои зерновки, а в большей - внутренние.

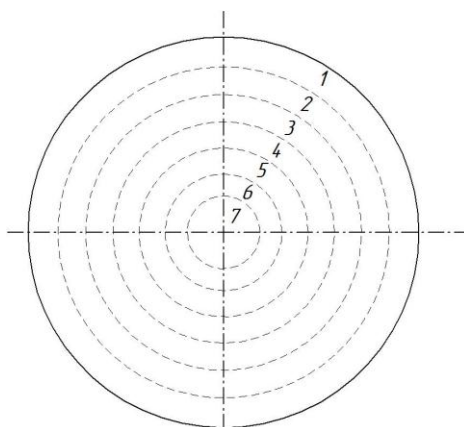


Рисунок 3.2 - Условная схема распределения влажности в зерновке после уборки

Как было отмечено ранее в процессе созревания зерна меняется форма связи влаги в зерновке, что может приводить к изменению диэлектрической проницаемости воды в различных частях объема зерновки. Поэтому различие в нагреве частей зерновки будет зависеть от степени созревания семян. Очень сложно получить объективную информацию о диэлектрических свойствах воды в различных частях зерновки, поэтому примем третье допущение, что они постоянны в каждой из зон единичного зерна, в которых считаем влажность постоянной.

С учетом изложенного схему нагрева зерновки под действием СВЧ поля можно представить следующим образом. Поскольку влажность слоев зерновки уменьшается от центра к поверхности, то и максимальная температура будет в центре зерновки. По мере удаления от центра температура будет уменьшаться. Перемещение влаги в зерновке при СВЧ нагреве происходит за счет действия возникшего градиента температур $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > \theta_4 > \theta_5 > \theta_6 > \theta_7$, градиента давлений $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > P_5 > P_6 > P_7$, где $\theta_1 \dots \theta_7$ – температура, в зонах зерновки возникшая под действием поля СВЧ.

Перемещение пара из центра зерновки по капиллярам приводит к более быстрому нагреву остальных частей зерна, которые имеют меньшую диэлектрическую проницаемость. Если время воздействия поля СВЧ будет достаточным, то температуры центра и поверхности зерна должны выравниваться. В этом случае необходимо учитывать, что температура нагрева зерновки, особенно ее центра, может превысить безопасное значение. Поэтому необходимо контролировать температуру нагрева зерновки и ограничивать время воздействия поля СВЧ. В результате может оказаться, что температура в зерновке не выравнивается по всему объему. Поскольку при дезинфекции зерна нас интересует температура слоев расположенных ближе к поверхности, то возможно, что потребуется повторять воздействие СВЧ полем несколько раз, чтобы обеспечить требуемую величину температуры и экспозиции в поверхностных слоях зерновки.

Для выполнения расчета нагрева зерновки при воздействии поля СВЧ необходимо задать начальные и граничные условия, которые зависят от того какую структуру имеет зерновка. Чтобы математическая модель адекватно отражала процессы, происхождение в зерновке, необходимо учесть и описать все основные взаимодействия. Представляется, что нет необходимости делить зерновку на семь зон влажности, как это представлено на рис. 3.1. Учитывая малые размеры зерновки для математической модели, будет достаточно описание процесса нагрева зерновки в трех зонах: центральной, средней и внешней. Тогда, для упрощения задачи примем, что зерновка имеет форму шара и разделена на три зоны, влажность в которых распределена равномерно (рис.3.3).

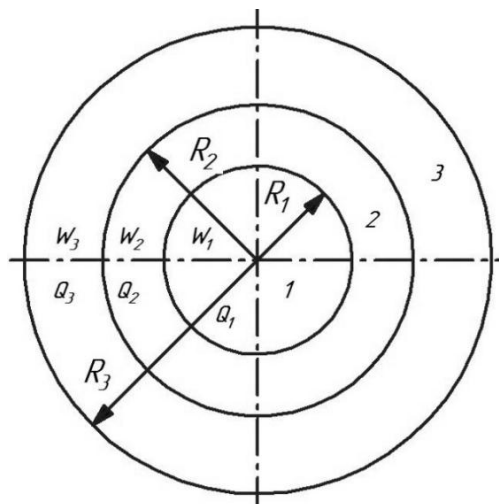


Рисунок 3.3 - Условное представление зерновки и разделение её на три зоны по влажности

3.2.2 Запись краевых задач для обработки зерна в поле СВЧ

Поскольку мы разделили зерновку на три зоны в соответствии с влагосодержанием, то и в математических моделях процесса изменения температуры при СВЧ воздействии должны содержаться принятые условия. Это должно найти отражение в записи граничных условий.

Граничные условия в задачах теплопроводности могут быть заданы различными способами [62,63,64].

Граничные условия первого рода, когда в каждой точке поверхности тела задают температуру.

Граничные условия второго рода, когда на поверхности тела задают тепловой поток.

Граничные условия третьего рода, когда описывают тепловой режим на поверхности тела, соответствующий конвективному теплообмену по закону Ньютона с окружающей внешней средой.

Граничные условия четвертого рода, когда при описании температурных полей в многослойных телах и оболочках на поверхности контакта двух тел используют граничные условия сопряжения. Для идеального теплового контакта эти условия означают равенство температур и тепловых потоков на контактной поверхности.

Из приведенного ранее описания граничных условий для зерновки следует, что в постановке задачи теплообмена используются несколько способов граничных условий. Так, для круга, внутреннего кольца и внутренней поверхности внешнего кольца используют граничные условия четвертого рода. Поэтому $\theta_{гр1.1}$ должно быть равно

$$\theta_{гр1.2} = \frac{(\theta_2 = f(\tau)) + (\theta_3 = f(\tau))}{2}.$$

Аналогично

$$\theta_{гр2.1} = \theta_{гр2.2} = \frac{(\theta_2 = f(\tau)) + (\theta_3 = f(\tau))}{2}.$$

Для внешнего кольца, у которого осуществляется конвективный теплообмен с внешней средой, используются граничные условия третьего рода.

Ранее было принято допущение, что в каждой из трех зон зерновка имеет одинаковые теплотехнические свойства в пределах зоны. Следовательно, если из зерновки, вдоль ее центральной оси выделить круглый цилиндр (рис. 3.4), то изменение температуры в участках данного стержня будут аналогичны изменениям температуры в любой точке колец.

С учетом данной симметрии задача теплопроводности для зерновки может быть сведена к решению задачи теплопроводности для стержня. Поскольку температура вокруг стержня всегда будет равна температуре внутри стержня,

поэтому теплообмена с боковой поверхности стержня осуществляться не будет. Следовательно, задача аналогична задаче для стержня с изолированной поверхностью.

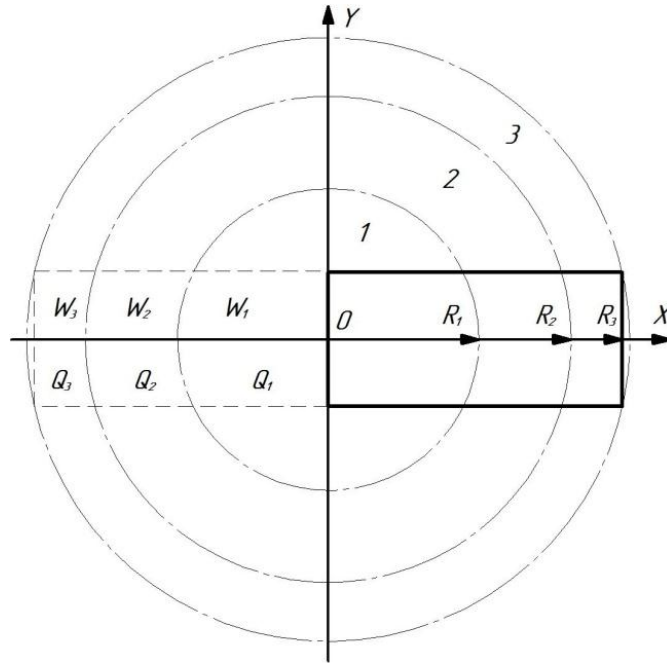


Рисунок 3.4 - «Извлеченный» из зерновки вдоль центральной оси цилиндр

Запишем краевую задачу с начальными и граничными условиями.

Для СВЧ нагрева. Поскольку стержень симметричен относительно начала координат, то выполним расчет только относительно правой части.

Формулировка краевой задачи для первого участка стержня будет следующей. Получить уравнение изменения температуры в стержне длиной R_1 , с теплоизолированной боковой поверхностью и левым конусом ($x=0$), если начальная температура стержня равна θ_0 . Внутри стержня имеется равномерно распределенный источник энергии Q_{v1} . На правом краю стержня температура изменяется по закону

$$\theta_{гр1} = \frac{\theta_1(\tau) + \theta_2(\tau)}{2};$$

Краевая задача для первого участка стержня будет иметь следующий вид.

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = a_1^2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{Q_{v1}}{\rho_1 c_1}, & 0 < x < 2R_1, & 0 < \tau < +\infty \\ \theta_1(x, 0) = \Theta_0, & 0 < x < 2R_1, \\ \theta_1(R_1, \tau) = \frac{\theta_1(\tau) + \theta_2(\tau)}{2} = \theta_{гр1}(\tau), \\ \lambda S \frac{\partial \theta_1}{\partial x}(0, \tau) = 0, & 0 < \tau < +\infty, \end{cases} \quad (3.8)$$

где a_1 – коэффициент температуропроводности центральной части (шара/зерновки $\text{м}^2/\text{с}$), ρ_1 – плотность участка зерновки, $\text{кг}/\text{м}^3$; C_1 – удельная теплоемкость участка зерновки, $\text{кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}$; Q_{v1} – удельная мощность выделяемая в участке зерновки при действии СВЧ поля, $\text{Вт}/\text{м}^3$; S – поперечное сечение стержня, м^2 ; q – тепловой поток.

Для второго участка стержня краевая задача будет иметь следующий вид.

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} + \frac{Q_{v2}}{\rho_2 c_2}, & 2R_1 < x < R_2, & 0 < \tau < +\infty, \\ \theta_2(x, 0) = \Theta_0, & 2R_1 < x < R_2, \\ \theta_2(R_1, \tau) = \theta_{гр1}(\tau), \theta_2(R_2, \tau) = \theta_{гр2}(\tau), & 0 < \tau < +\infty \end{cases} \quad (3.9)$$

Для третьего участка зерновки, с учетом того, что с правого конца происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона, краевая задача будет иметь следующий вид.

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} = a_3 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} + \frac{Q_{v3}}{\rho_3 c_3}, & R_2 < x < R_3, & 0 < \tau < +\infty, \\ \theta_3(x, 0) = \Theta_0, & R_2 < x < R_3, \\ \theta_3(R_2, \tau) = \theta_{гр2}(\tau), & \theta_3(R_3, \tau) = h[\theta_3(R_3, \tau) - T_{м3}(\tau)], & 0 < \tau < +\infty \end{cases} \quad (3.10)$$

где $h = \alpha/\lambda$, $1/\text{м}$; α – коэффициент теплообмена между поверхностью стержня и окружающей средой, температура которой равна $T_{м3}(\tau)$, $\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$; λ – коэффициент внутренней теплопроводности участка зерновки, $\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$; $T_{м3}(\tau)$ – температура межзернового пространства, $^\circ\text{С}$.

Без воздействия СВЧ поля. После прекращения действия поля СВЧ части зерновки начнут остывать. Краевые задачи для каждой части будут иметь следующий вид.

Для первого участка.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = a_1^2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 2R_1 \\ \theta_1(x, 0) = \theta_{1к}, \quad 0 < x < 2R_1, \\ \lambda S \frac{\partial \theta_1}{\partial x}(0, \tau) = 0, \quad \theta_1(R_1, \tau) = \theta_{гр1}(\tau), \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Для второго участка.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = a_2^2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2}, \quad 2R_1 < x < R_2 \\ \theta_2(x, 0) = \theta_{2к}, \quad \theta_2(R_2, \tau) = \theta_{гр2}(\tau), 0 < \tau < +\infty \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Для третьего участка.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} = a_3^2 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2}, \quad R_2 < x < R_3, \quad 0 < \tau < +\infty, \\ \theta_3(x, 0) = \theta_{3к}, \quad R_2 < x < R_3, \\ \theta_3(R_2, \tau) = \theta_{гр2}(\tau), \quad \theta_3(R_3, \tau) = -h[\theta_3(R_3, \tau) - T_{м3}(\tau)], 0 < \tau < +\infty, \end{array} \right. \quad (3.13)$$

где $\theta_{1к}$, $\theta_{2к}$, $\theta_{3к}$, - температура первого, второго и третьего участков зерновки, соответственно, после прекращения действия СВЧ поля.

При дальнейшем, циклическом, продолжении процесса «нагрев» - «охлаждение» конечные температуры этапа «нагрев», или «охлаждение» необходимо принимать в качестве начальных условий для следующего этапа. Таким образом, чтобы получить закономерности изменения температуры зерновки в циклическом процессе нагрев – охлаждение необходимо решить шесть краевых задач (3.8)...(3.13).

3.2.3 Решение краевых задач для СВЧ нагрева

Для решения краевых задач используем метод интегрального преобразования Лапласа. Преобразование частных производных осуществляется по такому правилу [67,68,69]: если $\theta = \theta(x, \tau)$ и преобразование Лапласа проводится по переменной τ ($\tau \geq 0$), то, обозначив $L[\theta(x, \tau)] \equiv \Theta(x, p) = \int_0^{+\infty} e^{-p\tau} \theta(x, \tau) d\tau$, можно (интегрированием по частям) установить соотношение

$$\begin{aligned}
L\left[\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right] &= p\Theta(x,p) - \theta(x,0), \\
L\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial\tau^2}\right] &= p^2\Theta(x,p) - p\theta(x,0) - \frac{\partial\theta}{\partial\tau}(x,0), \\
L\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\right] &= \frac{\partial\theta}{\partial x}(x,p), \quad \left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right] = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}(x,p)
\end{aligned}$$

При определенных условиях на функцию $\Theta(x,\tau)$, где L – оператор Лапласа; $\Theta(x,p)$ – переменная Θ после выполнения прямого преобразования Лапласа по времени (τ).

Для упрощения процедуры записывания выражений в дальнейшем вместо символа частных производных будем использовать индекс переменной, по которой взята производная. Например

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \theta_\tau; \quad \frac{\partial^2\theta}{\partial\tau^2} = \theta_{\tau\tau}.$$

Приступим к решению первой краевой задачи

$$\begin{cases} \theta_\tau = a^2 \theta_{xx} + P_{уд1}, & 0 < x < 2R_1, \quad 0 < \tau < +\infty \\ \theta(x,0) = \Theta_{01}, & 0 < x < 2R_1 \\ \lambda S \theta_x(0,\tau) = 0, & \theta(R_1,\tau) = \theta_{гр1}(\tau) \end{cases} \quad (3.14)$$

где

$$P_{уд1} = \frac{Q_{v1}}{p_1 c_1}, \quad \theta = \theta_1$$

Если $\lambda S \theta_x(0,\tau) = 0$, то $\theta_x(0,\tau) = 0$. Учтем это при решении.

Для решения этой задачи воспользуемся преобразованием Лапласа по переменной τ . Учитывая свойства этого преобразования [67] имеем:

$$\begin{aligned}
\theta(x,\tau) &\doteq \Theta(x,p), \quad \theta_\tau(x,\tau) \doteq p\Theta(x,p) - \theta(x,0), \\
\theta_x(x,\tau) &\doteq \Theta_x(x,p), \quad \theta_{xx}(x,\tau) \doteq \Theta_{pxx}(x,p).
\end{aligned}$$

Из задачи (2.14) следует, что

$$L[\theta_\tau] = a^2 L[\theta_{xx}] + P_{уд1},$$

с учетом $\theta(x,\tau) = \Theta_{01}$ получаем

$$a^2 \Theta_{xx}(x,p) - p\Theta_p(x,p) + \Theta_{01} + \frac{1}{p} P_{уд1} = 0$$

В результате получено обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка по переменной x (в этом уравнении p играет роль параметра). Начальное условие $\theta(x, 0)$ уже вошло в уравнение, что является положительным моментом такого способа решения уравнений с частными производными.

Принимаем преобразование Лапласа к граничным условиям. Обозначим $\theta_{гр1}(\tau)$ как $G(\tau)$, тогда $L[G(\tau)] \doteq G(p)$, а $L[\theta_x(0, \tau)] = \Theta(0, p)$

После выполнения преобразования Лапласа краевая задача запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} a^2 \Theta_{1xx}(x, p) - p\Theta(x, \tau) + P_{уд1} + \Theta_{01} = 0, & 0 < x < 2R_1 \\ \Theta_1(0, p) = G_1(p), \quad \Theta_1(2R_1, p) = G_1(p), & 0 < \tau < +\infty \end{cases} \quad (3.15)$$

Решение дифференциального уравнения, с учетом граничных условий $\Theta(0, p)$ и $\Theta(2R_1, p)$ проводим с помощью пакета прикладных программ MATLAB [68,69].

Решение имеет следующий вид:

$$\Theta_1(x, p) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{P_{уд1} + \Theta_{01}p}{p^2} + \frac{e^{+\frac{\sqrt{p}x}{a}}(P_{уд1} + \Theta_{01}p - G_1(p)p^2 - P_{уд1}e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{01}pe^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + G_1(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}{p^2(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})} - \\ & \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}(P_{уд1} + \Theta_{01}p - G_1(p)p^2 - P_{уд1}e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{01}pe^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + G_1(p)p^2e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}{p^2(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Приведем вторую и третью дробь к общему знаменателю, раскроем скобки и выполним преобразования

$$\begin{aligned} & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} + P_{уд1}e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - \Theta_{01}p - G_1(p)p^2e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - P_{уд1}e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - \Theta_{01}pe^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} + G_1(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{p^2\left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}\right)} - \\ & \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}P_{уд1} - \Theta_{01}pe^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} + G_1(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} + P_{уд1}e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} + \Theta_{01}pe^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{p^2(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})} \end{aligned}$$

$$-\frac{G_1(p)p^2 e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}. \quad (3.17) \text{ Далее выполняя преобразования получим:}$$

$$\begin{aligned} & \frac{P_{y_{д1}} \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) + \Theta_{01} p \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) + G_1(p)p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) + P_{y_{д1}} \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) +}{p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)} \\ & \frac{\Theta_{01} p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) + G_1(p)p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)} = \\ & \frac{\left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) (P_{y_{д1}} - \Theta_{01} p) + G_1(p)p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)} + \\ & \frac{\left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right) (P_{y_{д1}} - \Theta_{01} p) + G_1(p)p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)} = \\ & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{\left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)} \cdot \frac{P_{y_{д1}} - \Theta_{01} p}{p^2} + \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} \cdot \frac{G_1(p)p^2}{p^2} + \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} \cdot \\ & \frac{P_{y_{д1}} - \Theta_{01} p}{p^2} + \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} \cdot \frac{G_1(p)p^2}{p^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Выполним преобразования левых сомножителей каждого из слагаемых выражения (3.18)

$$\frac{\left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right)}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} = \frac{2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{x}{a} \right)}{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} = -\frac{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{x}{a} \right)}{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)}, \quad (3.18.1)$$

$$\frac{e^{\sqrt{p}x} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} = \frac{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{x}{a} \right)}{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} = \frac{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{x}{a} \right)}{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} \quad (3.18.2)$$

$$\frac{l^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - l^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{l^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - l^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} = \frac{2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1-x}{a} \right)}{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} = -\frac{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1-x}{a} \right)}{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} \quad (3.18.3)$$

$$\frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} = \frac{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1-x}{a} \right)}{-2 \sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} = \frac{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1-x}{a} \right)}{\sinh \left(\sqrt{p} \frac{2R_1}{a} \right)} \quad (3.18.4)$$

Теперь можно выполнить обратное преобразование Лапласа для выражения (3.18). Оригиналы правых сомножителей слагаемых выражения (3.18) достаточно легко находятся по таблицам оригиналов. Оригиналы левых сомножителей (3.18.1), (3.18.2), (3.18.3) и (3.18.4) могут быть найдены из таблицы оригиналов монографии: [70]

$$-\frac{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{x}{a}\right)}{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1}{a}\right)} = \frac{2\pi}{\frac{4R_1^2}{a^2}} \sin\left(\frac{\pi}{\frac{2R_1}{a}}x\right) e^{\frac{\pi^2}{\frac{4R_1^2}{a^2}}\tau} = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1}x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau},$$

$$\frac{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{x}{a}\right)}{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1}{a}\right)} = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1}x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau},$$

$$-\frac{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1-x}{a}\right)}{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1}{a}\right)} = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau},$$

$$\frac{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1-x}{a}\right)}{\sinh\left(\sqrt{p}\frac{2R_1}{a}\right)} = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau}.$$

Оригиналы каждого слагаемого выражения (3.18) могут быть найдены с использованием изображения свертки.

Рассмотрим реализацию изображения свёртки. Сверткой функций f и g называется функция, которая обозначается fg и определяется равенством [70]

$$(fg)(\tau) = \int_0^\tau f(\tau_1) g(\tau - \tau_1) d\tau_1$$

Примем, что для слагаемых выражения (3.18) левые части сомножителей будут следующими:

$$f_1(\tau_1) = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1}x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau_1},$$

$$f_2(\tau_1) = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1}x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau_1},$$

$$f_3(\tau_1) = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau_1},$$

$$f_4(\tau_1) = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}\tau_1}.$$

При этом правые части будут выглядеть следующим образом:

$$q_1(\tau - \tau_1) = P_{уд1}(\tau - \tau_1) - \Theta_{01}, \quad q_2(\tau - \tau_1) = G_1(\tau - \tau_1),$$

$$q_3(\tau - \tau_1) = P_{уд1}(\tau - \tau_1) + \Theta_{01}, \quad q_4(\tau - \tau_1) = G_1(\tau - \tau_1).$$

Тогда оригинал выражения (3.18) найдется следующим образом

$$\begin{aligned} & (f_1 q_1)(\tau) + (f_2 q_2)(\tau) + (f_3 q_3)(\tau) + (f_4 q_4)(\tau) \\ &= - \int_0^\tau (P_{уд1}(\tau - \tau_1) - \Theta_{01}) \cdot \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1} x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \\ &+ \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1} x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \\ &- \int_0^\tau (P_{уд1}(\tau - \tau_1) + \Theta_{01}) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \\ &+ \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \end{aligned}$$

Проинтегрировав данные уравнения, получим оригинал выражения (3.18).

$$\begin{aligned} & -P_{уд1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1} x\right) \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) - \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - \right. \\ & \left. 1 \right) \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1} x\right) + \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi a}{2 R_1} x\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 - P_{уд1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \\ & \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) + \\ & \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \end{aligned}$$

Используя свойство линейности для (3.16) запишем полное выражение для $\Theta_1(x, \tau)$ при СВЧ нагреве

$$\begin{aligned}
\Theta_1(x, \tau) = & \Theta_{01} + P_{уд1} \tau + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) - \sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) \right) - \\
& P_{уд1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \right) + \\
& \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1.
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Для центральной части ($x = R_1$) выражение примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\Theta_1(R_1, \tau) = & \Theta_{01} + P_{уд1} \tau + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \left(1 - \sin \left(\frac{\pi a}{2} \right) \right) - P_{уд1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \\
& \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2} \right) + 1 \right) + \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2} \right) + 1 \right) \cdot \\
& \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Для границ центральной части ($x = 2R_1$)

$$\begin{aligned}
\Theta_1(2R_1, \tau) = & \Theta_{01} + P_{уд1} \tau - \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) - P_{уд1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \\
& \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a) + \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \cdot \sin(\pi a) \int_0^\tau G_1(\tau - \\
& \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Таким образом, имеется три ключевых выражения, описывающих изменение температуры центральной части зерновки при СВЧ нагреве. Выражения (3.19), (3.20) и (3.21) будут уточнены после нахождения зависимости $G_1(\tau_1)$.

Перейдём к решению краевой задачи для второго участка (3.9).

После выполнения преобразования Лапласа краевая задача запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} a^2 \Theta_{2xx}(x, p) - p \Theta_2(x, p) + \frac{P_{yD2}}{p} + \Theta_{02} = 0, & 2R_1 < x < R_2 \\ \Theta_2(2R_1, p) = G_1(p), & \Theta_2(R_2, p) = G_2(p) \end{cases} \quad (3.22)$$

Решение дифференциального уравнения, с учетом граничных условий проводим с помощью пакета прикладных программ MATLAB [68]. В результате получим следующее уравнение.

$$\begin{aligned} \Theta_2(x, p) = & \frac{P_{yD2} + \Theta_{02}p}{p^2} - \\ & \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} (P_{yD2} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + \Theta_{02}p e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - G_2(p)p^2 e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - P_{yD2} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - \Theta_{02}p e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p)p^2 e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \\ & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} (P_{yD2} e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + \Theta_{02}p e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - G_2(p)p^2 e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \\ & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \left(-P_{yD2} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - \Theta_{02}p e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p)p^2 e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Преобразовывая вторую и третью дроби выражения (3.23) получим

$$\begin{aligned} & - \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} P_{yD2} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} P_{yD2} + e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \Theta_{02}p - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \Theta_{02}p}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} \\ & - \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} G_1(p)p^2 + e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} G_2(p)p^2}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \\ & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} P_{yD2} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} P_{yD2} + e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \Theta_{02}p - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \Theta_{02}p}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} \\ & + \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} G_1(p)p^2 - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} G_2(p)p^2}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} = \frac{P_{yD2} \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_1}{a}} \right)}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \\ & \frac{P_{yD2} \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \frac{\Theta_{02}p \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}{p^2 (e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}})} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Theta_{02} p \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} - \frac{G_1(p) p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} - \\
& \frac{G_2(p) p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} = \frac{P_{y\Delta 2} \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} + \\
& \frac{P_{y\Delta 2} \left(e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} + \frac{\Theta_{02} p \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} + \\
& \frac{\Theta_{02} p \left(e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} - \frac{G_1(p) p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} - \\
& \frac{G_2(p) p^2 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p^2 \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Тогда } \Theta_2(x, p) &= \frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} + \frac{\Theta_{02} p}{p^2} + \frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} \cdot \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + \\
& \frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} \cdot \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + \frac{\Theta_{02} p}{p^2} \cdot \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + \\
& \frac{\Theta_{02} p}{p^2} \cdot \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} - \frac{G_1(p) p^2}{p^2} \cdot \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} - \\
& \frac{G_2(p) p^2}{p^2} \cdot \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}}. \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\Theta_2(x, p) &= \frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} + \frac{\Theta_{02}}{p} + \left(\frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \right) \cdot \left(\frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} + \frac{\Theta_{02}}{p} - G_2(p) \right) + \\
& \left(\frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \right) \cdot \left(\frac{P_{y\Delta 2}}{p^2} + \frac{\Theta_{02}}{p} - G_1(p) \right). \tag{3.25}
\end{aligned}$$

Оригинал выражения может быть найден с использованием правила линейности, второй теоремы разложения и свойства изображения свёртки [70].

Воспользуемся второй теоремой разложения.

Суть второй теоремы разложения сводится к тому, что оригинал может быть найден как

$$f(\tau) = \sum_{p_k} \text{Res}_{p_k} [F(p)e^{p\tau}] = \sum_{p_k} \text{Res}_{p_k} \left[\frac{R(p)}{Q(p)} e^{p\tau} \right] = \sum_{k=1}^m \frac{R(p_k)}{Q'(p_k)} e^{p_k \tau},$$

где p_k – полюса функции, Res_{p_k} – вычет в точке p_k ; m – количество полюсов; $R(p)$ – числитель; $Q(p)$ – знаменатель; $Q'(p_k)$ – производная знаменателя при подстановке полюсов функции; $R(p_k)$ – числитель при подстановке полюсов функции.

Из выражения $e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}$ найдем полюсы:

$$\sqrt{p_k} = j \frac{\pi a}{(2R_1-R_2)}, \quad p_k = -\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2}.$$

$$\text{Производная знаменателя дробей } \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \quad (3.25.1)$$

$$\text{и } \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \quad (3.25.2) \text{ будет иметь следующий вид:}$$

$$Q'(p) = \frac{(2R_1-R_2) \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} + e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)}{2a\sqrt{p}}. \text{ Отсюда}$$

$$\frac{R(p_k)}{Q'(p_k)} \cdot e^{p_k \tau} = -j \frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \left(e^{-j \frac{\pi(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)}} - e^{j \frac{\pi(R_1-x)}{(2R_1-R_2)}} \right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau}, \text{ для (3.25.2) и}$$

$$\frac{R(p_k)}{Q'(p_k)} \cdot e^{p_k \tau} = -j \frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \left(e^{-j \frac{\pi(R_2-x)}{(2R_1-R_2)}} - e^{j \frac{\pi(R_2-x)}{(2R_1-R_2)}} \right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau}, \text{ для (3.25.1).}$$

После выполнения преобразований получим:

$$\frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \doteq -2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \text{Sin} \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau}, \quad (3.26)$$

$$\frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} \doteq 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \text{Sin} \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau}. \quad (3.27)$$

Используя правила линейности и свойства изображения свёртки найдём оригинал выражения (3.24).

Изображение свёртки для третьего слагаемого уравнения (3.25) будет выглядеть следующим образом:

$$(fg)(\tau) = - \Theta_{02} 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \sin\left(\pi \frac{2R_1 - x}{(2R_1 - R_2)^2}\right) \int_0^\tau e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau_1} d\tau_1 -$$

$$P_{уд2} 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) \int_0^\tau (\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau_1} d\tau_1 + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot$$

$$\sin\left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. \quad \text{После интегрирования}$$

получим:

$$(fg)(\tau) = \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \sin\left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) - P_{уд2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \left((2R_1 -$$

$$R_2)^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \sin\left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot$$

$$\sin\left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. \quad (3.27.1)$$

Изображение свёртки для четвёртого слагаемого уравнения (3.25) будет выглядеть следующим образом:

$$(fg)(\tau) =$$

$$\Theta_{02} 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \sin\left(\pi \frac{R_2 - x}{(2R_1 - R_2)^2}\right) \int_0^\tau e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau_1} d\tau_1 + P_{уд2} 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot$$

$$\sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) \int_0^\tau (\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau_1} d\tau_1 - 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot$$

$$\sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)}\right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1$$

После интегрирования получим:

$$\begin{aligned}
(fg)(\tau) = & -\Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) + P_{y\Delta 2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \left((2R_1 - R_2)^2 \cdot \right. \\
& \left. \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \\
& \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1.
\end{aligned} \tag{3.27.2}$$

Оригиналы третьего и четвёртого слагаемых выражения (3.25) найдены. Теперь используя свойство линейности получим выражение для изменения температуры в второй зоне зерновки.

$$\begin{aligned}
\Theta_2(x, \tau) = & P_{y\Delta 2} \tau + \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - \\
& P_{y\Delta 2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \left((2R_1 - R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) + \\
& 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \cdot \\
& \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 - \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) + \\
& P_{y\Delta 2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \left((2R_1 - R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - \\
& 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1.
\end{aligned} \tag{3.28}$$

После преобразований получим:

$$\begin{aligned}
\Theta_2(x, \tau) = & \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \right) + \\
& P_{y\Delta 2} \tau + P_{y\Delta 2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left((2R_1 - R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \cdot \\
& \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \right) - 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \cdot \\
& \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \cdot \int_0^\tau G_2(\tau - \\
& \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1.
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Для левой границы участка ($x=2R_1$) с учётом того, что $\sin\left(\pi \frac{R_2-2R_1}{2R_1-R_2}\right) = \sin(-\pi) = 0$ выражение для температуры на границе $2R_1$ будет иметь следующий вид:

$$\Theta_2(2R_1, \tau) = \Theta_{2.1}(\tau) = \Theta_{02} + P_{уд2}\tau. \quad (3.30)$$

Для правой границы участка ($x=R_2$) выражение (3.29) примет следующий вид:

$$\Theta_2(R_2, \tau) = \Theta_{2.2}(\tau) = \Theta_{02} + P_{уд2}\tau. \quad (3.31)$$

Перейдем к решению задачи теплопроводности для третьего участка зерновки (3.10). После выполнения преобразования Лапласа по переменной τ задача примет следующий вид.

$$\begin{cases} a^2\theta_{3xx}(x, p) - p\theta_3(x, p) + \frac{1}{p}P_{уд3} + \Theta_{02} = 0, R_2 < x < R_3, 0 < \tau < +\infty, \\ \theta_3(R_2, p) = G_2(p), \theta_3(R_3, p) = h[\theta_3(R_3, p) - T_{мз}(p)], 0 < \tau < +\infty, \end{cases} \quad (3.32)$$

Используя граничные условия, решаем дифференциальное уравнение. Представив $\theta_3(R_3, p)$ как $G_3(p)$ получим следующее решение:

$$\begin{aligned} \Theta_3(x, p) = & \frac{P_{уд3} + \Theta_{03}p}{p^2} - \\ & \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}}(P_{уд3}e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + \Theta_{03}pe^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_3(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - P_{уд3}e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} - \Theta_{03}pe^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} + G_2(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}})}{p^2\left(e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_3}{a}}\right)} + \\ & \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}}(P_{уд3}e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + \Theta_{03}pe^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_3(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - P_{уд3}e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} - \Theta_{03}pe^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} + G_2(p)p^2e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}})}{p^2\left(e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_3}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_3}{a}}\right)}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Решая уравнение (3.33) аналогично уравнению (3.23) в результате получим.

$$\begin{aligned} \Theta_3(x, \tau) = & \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin\left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)}\right) - \sin\left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)}\right) \right) + \\ & P_{уд3}\tau + P_{уд3} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left((R_2 - R_3)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \cdot \left(\sin\left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)}\right) - \right. \\ & \left. \sin\left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)}\right) \right) - 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)}\right). \end{aligned}$$

$$\int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 + 2\pi \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) \cdot \int_0^\tau G_3(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. \quad (3.34)$$

С учётом того, что $G_3(\tau) = h(\Theta_3(R_3, \tau) - T_{м3}(\tau))$, зависимость $\Theta_3(x, \tau)$ примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Theta_3(x, \tau) = & \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) - \sin\left(\pi \frac{(R_3 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) \right) + \\ & P_{уд3} \tau + P_{уд3} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left((R_2 - R_3)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \cdot \left(\sin\left(\pi \frac{(R_3 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) - \right. \\ & \left. \sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) \right) - 2\pi \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(R_3 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) \cdot \\ & \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 + 2\pi \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)}\right) \cdot h \cdot \\ & \left(\int_0^\tau \theta_3(R_3, \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 - \int_0^\tau T_{м3}(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 \right). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Для границы со второй зоной ($x=R_2$) выражение примет следующий вид:

$$\Theta_3(R_2, \tau) = \Theta_{3.1}(\tau) = \Theta_{03} + P_{уд3} \tau \quad (3.36)$$

Для наружной границы ($x=R_3$) выражение будет выглядеть следующим образом:

$$\Theta_3(R_3, \tau) = \Theta_{03} + P_{уд3} \tau. \quad (3.37)$$

3.2.4 Решение краевых задач для остывания зерна после СВЧ нагрева

После прекращения действия поля СВЧ зерновка начинает остывать. Краевая задача, описывающая данный процесс, представлена системой (3.11), которая после преобразования Лапласа по параметру τ будет иметь следующий вид

$$\begin{cases} a^2 \theta_{1xx}(x, o) - p \theta(x, p) + \Theta_{01}, & 0 < x < 2R_1 \\ \theta(0, p) = G_1(p), \theta(2R_1, p) = G_1(p), & 0 < \tau < +\infty \end{cases} \quad (3.38)$$

Решая дифференциальное уравнение с учетом граничных условий получим:

$$\Theta_1(x, p) = \frac{\Theta_{01}}{p} + \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} (\Theta_{01} - G_1(p)p - \Theta_{01}e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + G_1(p)p e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}{p(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}$$

$$\frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} (\Theta_{01} - G_1(p)p - \Theta_{01}e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} + G_1(p)p e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})}{p(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})} \quad (3.39)$$

Приведем вторую и третью дроби к общему знаменателю и выполним преобразования.

$$\left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \Theta_{01} - G_1(p)p e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - \Theta_{01} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} + G_1(p)p e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \Theta_{01} + \right.$$

$$\left. G_1(p)p e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} + \Theta_{01} e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - G_1(p)p e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) / \left(p(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}) \right) =$$

$$\left(\Theta_{01} \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) - G_1(p)p \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) - \right.$$

$$\left. \Theta_{01} \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right) + G_1(p)p \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right) \right) /$$

$$\left(p(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}) \right)$$

$$= \frac{\left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right) (\Theta_{01} - G_1(p)p) + \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right) (G_1(p)p - \Theta_{01})}{p(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}})} \quad (3.40)$$

Представим эту дробь, как сумму дробей

$$\frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} \frac{\Theta_{01} - G_1(p)p}{p} + \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}} \frac{G_1(p)p - \Theta_{01}}{p} =$$

$$\frac{2\sinh(\frac{\sqrt{p}x}{a})}{2\sinh(\frac{\sqrt{p}2R_1}{a})} \frac{\Theta_{01} - G_1(p)p}{p} + \frac{2\sinh(\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a})}{2\sinh(\frac{\sqrt{p}2R_1}{a})} \frac{G_1(p)p - \Theta_{01}}{p} \quad (3.40.1)$$

Из таблиц оригиналов и изображений [64] найдем оригиналы левых сомножителей представленных дробей

$$-\frac{2\sinh(\frac{\sqrt{p}x}{a})}{2\sinh(\frac{\sqrt{p}2R_1}{a})} = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} \quad (3.40.2)$$

$$\frac{2\sinh(\sqrt{p}\frac{2R_1-x}{a})}{2\sinh(\sqrt{p}\frac{2R_1}{a})} = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} \quad (3.40.3)$$

Из табличных значений оригиналов [70] найдем оригиналы для правых сомножителей (3.40.1)

$$\frac{\Theta_{01}}{p} - \frac{G_1(p)p}{p} = \Theta_{01} - G_1(\tau), \quad \frac{G_1(p)p}{p} - \frac{\Theta_{01}}{p} = G_1(\tau) - \Theta_{01}$$

Воспользовавшись изобретением свертки, найдем оригинал выражения

$$(3.40.1) \text{ Приняв } f_1(\tau) = -\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau}, \quad f_2(\tau) = \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau},$$

$q_1 = \Theta_{01} - G_1(\tau)$, $q_2 = G_1(\tau) - \Theta_{01}$ тогда изображения свертки слагаемых из (3.40.1) найдутся следующим образом.

$$(f_1 q_1(\tau) + (f_2 q_2)) \cdot$$

$$(\tau) = \int_0^\tau \left(-\Theta_{01} \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} + G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} \right) d\tau_1 +$$

$$\int_0^\tau \left(G_1(\tau - \tau_1) \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} -$$

$$\Theta_{01} \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} \right) d\tau_1 = \Theta_{01} \frac{2}{\pi} (e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1) \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) +$$

$$\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 +$$

$$\frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} (e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) =$$

$$\Theta_{01} \frac{4}{\pi} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) + \pi \frac{a^2}{R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1$$

Полная зависимость изменение температуры в центральной зоне зерновки будет выглядеть следующим образом.

$$\Theta_1(x, \tau) = \Theta_{01} + \Theta_{01} \frac{4}{\pi} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) + \pi \frac{a^2}{R_1^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2 R_1}\right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1 \quad (3.41)$$

Для центра зерновки ($x=R_1$)

$$\Theta_1(R_1, \tau) = \Theta_{01} + \Theta_{01} \frac{4}{\pi} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right) + \pi \frac{a^2}{R_1^2} \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1. \quad (3.42)$$

Для границы центральной части ($x=2R_1$)

$$\Theta_1(2R_1, \tau) = \Theta_{01}. \quad (3.43)$$

После прекращения действия поля СВЧ изменение температуры второго участка описывается следующей краевой задачей:

$$\begin{cases} a^2 \theta_{2xx}(x, p) - p \theta_2(x, p) + \Theta_{02} = 0, & 2R_1 < x < R_2, \\ \theta_2(R_2, p) = G_2(p), \quad \theta(2R_1, p) = G_1(p), & 0 < \tau < +\infty \end{cases} \quad (3.44)$$

Решение уравнения с начальными и граничными условиями даст следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \theta_2(x, p) = \frac{\Theta_{02}}{p} - \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} \left(\Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p) p e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_2(p) p e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} \\ + \frac{e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \left(\Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p) p e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_2(p) p e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Во второй и третьей дроби раскроем скобки в числителе.

$$\begin{aligned} \theta_2(x, p) = \frac{\Theta_{02}}{p} - \frac{\Theta_{02} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{02} e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p) p e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_2(p) p e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} + \\ \frac{\Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - \Theta_{02} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} + G_1(p) p e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - G_2(p) p e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}}}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)}. \end{aligned}$$

Выполним преобразования второй и третьей дроби.

$$\theta_2(x, p) = \frac{\Theta_{02}}{p} + \frac{\Theta_{02} \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right) + \Theta_0 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)} +$$

$$\frac{G_1(p)p \left(e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right) + G_2(p)p \left(e^{-\frac{\sqrt{p}x}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} e^{\frac{\sqrt{p}x}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}2R_1}{a}} \cdot e^{\frac{\sqrt{p}R_2}{a}} \right)},$$

или

$$\begin{aligned} \theta_2(x, p) = \frac{\Theta_{02}}{p} + \frac{\Theta_{02} \left(e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} \right) + \Theta_0 \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)} + \\ + \frac{G_1(p)p \left(e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} \right) + G_2(p)p \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} \right)}. \end{aligned}$$

Представив всё выражение в виде отдельных дробей получим:

$$\begin{aligned} \theta_2(x, p) = \frac{\Theta_{02}}{p} + \frac{\Theta_{02}}{p} \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + \frac{\Theta_{02}}{p} \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + G_1(p) \\ \frac{(e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(R_2-x)}{a}})}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}} + G_2(p) \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(2R_1-R_2)}{a}}}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

В результате имеем, удобное для выполнения обратного преобразования Лапласа, уравнение в операторной форме.

Аналогично, как для уравнения (3.25) используем уравнения (3.26) и (3.27). В результате выполненных преобразований зависимость $\Theta_2(x, \tau)$ будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \Theta_2(x, \tau) = \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \\ \sin \left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 - \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - \right. \\ \left. 1 \right) \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) - \\ 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)} \right) \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. \end{aligned}$$

После преобразования уравнение будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\Theta_2(x, \tau) = & \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \right) - \\ & 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot \\ & \sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1.\end{aligned}\quad (3.47)$$

Для левой границы участка ($x = 2R_1$) выражение примет следующий вид

$$\Theta_2(2R_1, \tau) = \Theta_{02} \quad (3.48)$$

Соответственно для правой границы участка ($x = R_2$) выражение примет следующий вид: $\Theta_2(R_2, \tau) = \Theta_{02}$. (3.49)

После прекращения действия поля СВЧ изменение температуры третьего участка описывается следующим уравнением с граничными условиями:

$$\begin{cases} a^2 \theta_3(x, p) - p \theta_3(x, p) + \Theta_{03} = 0, & R_2 < x < R_3, 0 < \tau < +\infty \\ \theta_3(R_2, p) = G_2(p), \theta_3(R_3, p) = h[\theta_3(R_3, p) - T_{мз}(p)] = G_3(p) \end{cases}$$

Решая уравнение с граничными условиями получим:

$$\begin{aligned}\theta_3(x, p) = & \frac{\Theta_{03}}{p} + \frac{e^{-\frac{\sqrt{p} x}{a}} \left(\Theta_{03} e^{\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} - \Theta_{03} e^{\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} + G_2(p) p e^{\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} - G_3(p) p e^{\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} \right)} + \\ & \frac{-e^{\frac{\sqrt{p} x}{a}} \left(\Theta_{03} e^{-\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} - \Theta_{03} e^{-\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} + G_2(p) p e^{-\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} - G_3(p) p e^{-\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} \right)}{p \left(e^{\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p} R_3}{a}} e^{-\frac{\sqrt{p} R_2}{a}} \right)}\end{aligned}\quad (3.50)$$

Решая по аналогии с (3.45) получим:

$$\begin{aligned}\theta_3(x, p) = & \frac{\Theta_{03}}{p} + \frac{\Theta_{03}}{p} \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_3 - x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_3 - x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}}} + \frac{\Theta_0}{p} \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}}} + \\ & G_2(p) \frac{e^{-\frac{\sqrt{p}(R_3 - x)}{a}} - e^{\frac{\sqrt{p}(R_3 - x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}}} + G_3(p) \frac{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - x)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - x)}{a}}}{e^{\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}} - e^{-\frac{\sqrt{p}(R_2 - R_3)}{a}}}.\end{aligned}\quad (3.51)$$

После выполнения преобразование Лапласа будем иметь:

$$\begin{aligned}\Theta_3(x, \tau) = \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) & \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) - \\ 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 & + 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \\ \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot \int_0^\tau G_3(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. & \quad (3.52)\end{aligned}$$

С учетом того, что $G_3(\tau) = h [\theta_3(R_3, \tau) - T_{м3}(\tau)]$ получим:

$$\begin{aligned}\Theta_3(x, \tau) = \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) & \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) - \\ 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot \int_0^\tau G_2(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 & + 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \\ \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot h \cdot & \\ \left(\int_0^\tau \Theta_3(R_3, \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 - \int_0^\tau T_{м3}(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 \right) & \quad (3.53)\end{aligned}$$

Для левой границы участка ($x = R_2$) выражение примет следующий вид:

$$\Theta_3(R_2, \tau) = \Theta_{03}. \quad (3.54)$$

Для правой границы участка ($x = R_3$) получим:

$$\Theta_3(R_3, \tau) = \Theta_{03}. \quad (3.55)$$

3.2.5 Уточнение уравнений изменения температуры зерна при СВЧ нагреве с учётом изменения температуры на границах участков

Нами получены уравнения изменения температуры в зонах зерновки при СВЧ воздействии (3.19), (3.29), (3.35). Все они содержат нераскрытые интегралы с зависимостями, описывающими граничные условия. Кроме того, нами получены уравнения (3.21), (3.30), (3.31), (3.36), (3.37), показывающие закономерности изменения температуры на границах участков, со стороны каждого участка. Воспользуемся ими и закончим аналитический вывод уравнений изменения температуры зерновки для каждого участка.

Изменение температуры на границе 1-го и 2-го участков. Для наглядности перепишем уравнения (3.21) и (3.30).

$$\begin{aligned} \Theta_1(2R_1, \tau) = \Theta_{1.1}(\tau) = \Theta_{01} + P_{y\Delta 1}\tau - \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) - \\ P_{y\Delta 1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left(a^2 \pi^2 \tau + 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a) + \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \cdot \sin(\pi a) \int_0^\tau G_1(\tau - \\ \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} d\tau_1, \end{aligned} \quad (3.21)$$

Принимая в (3.21) последнее слагаемое равным нулю будем иметь

$$\begin{aligned} \Theta_{1.1}(\tau) = \Theta_{01} + P_{y\Delta 1}\tau - \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) - P_{y\Delta 1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \\ \left(a^2 \pi^2 \tau + 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a), \\ \Theta_2(2R_1, \tau) = \Theta_{2.1}(\tau) = \Theta_{02} + P_{y\Delta 2}\tau. \end{aligned} \quad (3.30)$$

С учетом, того, что $G_1(\tau) = \frac{\theta_{1.1}(\tau) + \theta_{2.1}(\tau)}{2}$, получим

$$\begin{aligned} G_1(\tau) = \\ \frac{\Theta_{01} + P_{y\Delta 1}\tau - \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) - P_{y\Delta 1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left(a^2 \pi^2 \tau + 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a)}{2} + \\ \frac{\Theta_{02} + P_{y\Delta 2}\tau}{2} = \frac{(\Theta_{02} + \Theta_{01}) + \tau(P_{y\Delta 1} + P_{y\Delta 2})}{2} - \Theta_{01} \frac{1}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) - P_{y\Delta 1} \frac{1}{\pi^3 a^2} \cdot \\ \left(a^2 \pi^2 \tau + 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a), \end{aligned} \quad (3.56)$$

Заменяя τ на τ_1 получим:

$$\begin{aligned} G_1(\tau_1) = \frac{(\Theta_{02} + \Theta_{01}) + \tau_1(P_{y\Delta 1} + P_{y\Delta 2})}{2} - \Theta_{01} \frac{1}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} - 1 \right) \sin(\pi a) - \\ P_{y\Delta 1} \frac{1}{\pi^3 a^2} \cdot \left(a^2 \pi^2 \tau_1 + 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau_1} - 1 \right) \right) \cdot \sin(\pi a). \end{aligned} \quad (3.57)$$

Чтобы использовать выражение для $G_1(\tau_1)$ в уравнениях (3.19), (3.20) и

(3.29) необходимо найти следующие интегралы: $\int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4R_1^2}(\tau-\tau_1)} d\tau_1$ и $\int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2}(\tau-\tau_1)} d\tau_1$.

Проинтегрировав произведение $G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2}(\tau-\tau_1)}$ будем иметь:

$$\begin{aligned} \int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2}(\tau-\tau_1)} d\tau_1 = & -(\Theta_{01} + \Theta_{02}) \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - 1 \right) + \\ & (P_{уд1} + P_{уд2}) \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{2\pi^4 a^4} \cdot \left((2R_1-R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} + \pi^2 a^2 \tau - (2R_1-R_2)^2 \right) + \\ & \Theta_{01} \sin(\pi a) \frac{4(2R_1-R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}} \right)}{\pi^2 a^2 (4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4)} - \\ & \Theta_{01} \sin(\pi a) \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^3 a^2} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) - P_{уд1} \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^5 a^4} \sin(\pi a) \cdot \left((2R_1 - \right. \\ & \left. R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} + \pi^2 a^2 \tau - (2R_1-R_2)^2 \right) + P_{уд1} \cdot \frac{16R_1^2(2R_1-R_2)^2}{\pi^5 a^4} \sin(\pi a) \cdot \\ & \left(\frac{e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}}}{4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4} \right) - P_{уд1} \cdot \frac{4R_1^2(2R_1-R_2)^2}{\pi^5 a^4} \sin(\pi a) \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right). \end{aligned}$$

После преобразований получим.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2}(\tau-\tau_1)} d\tau_1 = \\ \Theta_{01} \sin(\pi a) \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^3 a^2} \left(\frac{4(2R_1-R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}} \right)}{\pi^2 a^2 (4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4)} - \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P_{уд1} \frac{(2R_1 - R_2)^2}{\pi^5 a^4} \sin(\pi a) \cdot \left(\frac{16R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1 - R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}} \right)}{4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4} - (2R_1 - R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - \right. \\
& \left. \pi^2 a^2 \tau + (2R_1 - R_2)^2 - 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \right) - (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \cdot \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \cdot \\
& \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) + (P_{уд1} + P_{уд2}) \cdot \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^4 a^4} \cdot \left((2R_1 - R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1 - R_2)^2}} + \pi^2 a^2 \tau - \right. \\
& \left. (2R_1 - R_2)^2 \right). \tag{3.58}
\end{aligned}$$

В свою очередь, проинтегрировав произведение $G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}(\tau - \tau_1)}$ получим:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2}(\tau - \tau_1)} = \\
& -\frac{2R_1^2}{\pi^2 a^2} (\Theta_{02} + \Theta_{01}) \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + (P_{уд1} + P_{уд2}) \left(\frac{8R_1^4}{\pi^4 a^4} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + \right. \\
& \left. \frac{2R_1^2}{\pi^2 a^2} \tau \right) + \Theta_{01} \frac{2R_1^2}{\pi^3 a^2} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin(\pi a) (1 - 2R_1^2) - P_{уд1} \frac{8R_1^4}{\pi^5 a^4} \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - \right. \\
& \left. 1 \right) (-2 - \tau) \cdot \sin(\pi a). \tag{3.59}
\end{aligned}$$

Подставляя выражение (3.59) в уравнение (3.19) получим полную зависимость изменения температуры в центральной части зерновки при воздействии поля СВЧ. Это уравнение будет иметь следующий вид.

$$\begin{aligned}
\Theta_1(x, \tau) = & \Theta_{01} + P_{y\Delta 1} \tau + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) - \sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) \right) - \\
& P_{y\Delta 1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \right) + \\
& \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2 R_1} x \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \right) \left(-\frac{2 R_1^2}{\pi^2 a^2} (\Theta_{02} + \Theta_{01}) \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + \right. \\
& \left. (P_{y\Delta 1} + P_{y\Delta 2}) \left(\frac{8 R_1^4}{\pi^4 a^4} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + \frac{2 R_1^2}{\pi^2 a^2} \tau \right) + \Theta_{01} \frac{2 R_1^2}{\pi^3 a^2} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \cdot \right. \\
& \left. \sin(\pi a)(1 - 2 R_1^2) - P_{y\Delta 1} \frac{8 R_1^4}{\pi^5 a^4} \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) (-2 - \tau) \cdot \sin(\pi a) \right). \quad (3.60)
\end{aligned}$$

Для центра зерновки соответственно выражение будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
\Theta_1(R_1, \tau) = & \Theta_{01} + P_{y\Delta 1} \tau + \Theta_{01} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \left(1 - \sin \left(\frac{\pi}{2} a \right) \right) - P_{y\Delta 1} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \\
& \left(a^2 \pi^2 \tau + 4 R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \right) \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} a \right) + 1 \right) + \frac{\pi a^2}{2 R_1^2} \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} a \right) + 1 \right) \cdot \\
& \left(-\frac{2 R_1^2}{\pi^2 a^2} (\Theta_{02} + \Theta_{01}) \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + (P_{y\Delta 1} + P_{y\Delta 2}) \left(\frac{8 R_1^4}{\pi^4 a^4} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) + \right. \right. \\
& \left. \frac{2 R_1^2}{\pi^2 a^2} \tau \right) + \Theta_{01} \frac{2 R_1^2}{\pi^3 a^2} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - 1 \right) \cdot \sin(\pi a)(1 - 2 R_1^2) - P_{y\Delta 1} \frac{8 R_1^4}{\pi^5 a^4} \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4 R_1^2} \tau} - \right. \\
& \left. 1 \right) (-2 - \tau) \cdot \sin(\pi a) \Bigg). \quad (3.60.1)
\end{aligned}$$

Выражение (3.58) будем использовать в уравнении (3.29). Поскольку в уравнении (3.29) присутствует еще один нераскрытый интеграл от $G_2(\tau_1)$, то необходимо получить зависимость и для него. Для этого воспользуемся уравнениями (3.31) и (3.36).

$$\Theta_2(R_2, \tau) = \Theta_{2.2}(\tau) = \Theta_{02} + P_{уд2}\tau, \quad (3.31)$$

$$\Theta_3(R_2, \tau) = \Theta_{3.1}(\tau) = \Theta_{03} + P_{уд3}\tau. \quad (3.36)$$

Воспользовавшись выражением $G_2(\tau) = \frac{\Theta_{2.2}(\tau) + \Theta_{3.1}(\tau)}{2}$ найдём $G_2(\tau_1) =$

$$G_2(\tau). \quad G_2(\tau_1) = \frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} + \tau_1 \frac{P_{уд2} + P_{уд3}}{2}. \quad (3.61)$$

Чтобы использовать выражение для $G_2(\tau_1)$ в уравнениях (3.29) и (3.35)

необходимо найти следующие интегралы: $\int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1$ и

$$\int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1.$$

$$\int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 =$$

$$\int_0^\tau \left(\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} + \tau_1 \frac{P_{уд2} + P_{уд3}}{2} \right) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 = -\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} \cdot \frac{(2R_1 - R_2)^2}{\pi^2 a^2} \cdot$$

$$\left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \frac{P_{уд2} + P_{уд3}}{2} \cdot \frac{(2R_1 - R_2)^2}{\pi^4 a^4} \left((2R_1 - R_2)^2 e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} + \pi^2 a^2 \tau - \right.$$

$$\left. (2R_1 - R_2)^2 \right). \quad (3.62)$$

$$\int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 =$$

$$\int_0^\tau \left(\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} + \tau_1 \frac{P_{уд2} + P_{уд3}}{2} \right) \cdot e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 = -\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} \cdot \frac{(R_2 - R_3)^2}{\pi^2 a^2} \cdot$$

$$\left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \frac{P_{уд2} + P_{уд3}}{2} \cdot \frac{(R_2 - R_3)^2}{\pi^4 a^4} \left((R_2 - R_3)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} + \pi^2 a^2 \tau - \right.$$

$$\left. (R_2 - R_3)^2 \right). \quad (3.63)$$

После подстановки в (3.29) выражений (3.58) и (3.62) получим уравнение для нахождения температуры зерновки в любой точке второй зоны:

$$\Theta_2(x, \tau) = \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \right) +$$

$$P_{уд2} \tau + P_{уд2} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left((2R_1 - R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right).$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sin\left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)}\right) - \sin\left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)}\right) \right) - 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(R_2-x)}{(2R_1-R_2)}\right) \cdot \\
& \left(\Theta_{01} \sin(\pi a) \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^3 a^2} \left(\frac{4(2R_1-R_2)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}} \right)}{\pi^2 a^2 (4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4)} - \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \right) + \right. \\
& P_{yД1} \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^5 a^4} \sin(\pi a) \cdot \left(\frac{16R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} - e^{-\frac{\pi^2 a^2 R_1^2 \tau}{4}} \right)}{4R_1^3 R_2 - 4R_1^4 - R_1^2 R_2^2 + 4} - (2R_1 - R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - \right. \\
& \left. \left. \pi^2 a^2 \tau + (2R_1 - R_2)^2 - 4R_1^2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) \right) - (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \cdot \right. \\
& \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + (P_{yД1} + P_{yД2}) \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{2\pi^4 a^4} \cdot \left((2R_1 - R_2)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(2R_1-R_2)^2}} + \pi^2 a^2 \tau - \right. \\
& \left. (2R_1 - R_2)^2 \right) \left. \right) + 2\pi \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \cdot \sin\left(\pi \frac{(2R_1-x)}{(2R_1-R_2)}\right) \cdot \left(-\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^2 a^2} \cdot \right. \\
& \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} - 1 \right) + \frac{P_{yД2} + P_{yД3}}{2} \cdot \frac{(2R_1-R_2)^2}{\pi^4 a^4} \left((2R_1 - R_2)^2 e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1-R_2)^2} \tau} + \pi^2 a^2 \tau - \right. \\
& \left. (2R_1 - R_2)^2 \right) \left. \right). \tag{3.64}
\end{aligned}$$

После нахождения интеграла

$$\begin{aligned}
& \int_0^\tau \Theta_3(R_3, \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau-\tau_1)} d\tau_1 = \int_0^\tau G_3(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau-\tau_1)} d\tau_1 = \int_0^\tau (\Theta_{03} + \\
& \tau_1 P_{yД3}) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau-\tau_1)} d\tau_1 =
\end{aligned}$$

$$P_{уд3} \cdot \left(\frac{(R_2 - R_3)^2 (\tau a^2 \pi^2 - (R_2 - R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} (R_2 - R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right) -$$

$$\Theta_{03} \frac{\left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) \cdot (R_2 - R_3)^2}{\pi^2 a^2}, \quad (3.65)$$

найдем интеграл $\int_0^\tau T_{мз}(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1$.

Температура межзернового пространства $T_{мз}$ не остаётся постоянной. Её изменение зависит от того в каком состоянии находится зерновой слой при обработке СВЧ полем. При неподвижном плотном слое потери тепла за его пределы будут меньше, чем при движущемся слое. При неподвижном плотном слое предельным, максимальным, значением температуры межзернового пространства будет температура поверхности зерна $T_{мз}(\tau_1) = \Theta_3(R_3, \tau_1)$, поскольку межзерновое пространство в основном будет нагреваться за счёт теплообмена с зерновым слоем. В этом случае последнее слагаемое уравнения (3.35) становится равным 0. Диэлектрическая проницаемость воздуха намного меньше диэлектрической проницаемости зерна, поэтому воздействие поля СВЧ на воздух межзернового пространства будет незначительным. Следовательно, можно принять, что температура межзернового пространства через какое-то время запаздывания станет равна температуре поверхности зерна $T_{мз}(\tau_1) = \Theta_3(R_3, \tau_1)(\tau_1 - \tau_2)$. Где τ_2 – время запаздывания температуры межзернового пространства за температурой поверхности зерновки. С учётом изложенного можно записать

$$\int_0^\tau T_{мз}(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 =$$

$$\int_0^\tau (\Theta_0 + \tau_1 P_{уд3})(\tau_1 - \tau_2) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 = \int_0^\tau (\Theta_0 \tau_1 - \Theta_0 \tau_2 + \tau_1^2 P_{уд3} -$$

$$\tau_1 \tau_2 P_{уд3}) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1. \quad \text{Проинтегрировав данное выражение получим:}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\tau T_{\text{м3}}(\tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2}(\tau-\tau_1)} d\tau_1 = \\
& \Theta_{03} \left(\frac{(R_2-R_3)^2(\tau a^2 \pi^2 - (R_2-R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} (R_2-R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right) + \\
& \Theta_{03} \frac{\tau_2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2-R_3)^2}} - 1 \right) (R_2-R_3)^2}{\pi^2 a^2} + P_{\text{уд3}} \left(\frac{2(R_2-R_3)^6 (1 - e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2-R_3)^2}})}{\pi^6 a^6} - \frac{2\tau(R_2-R_3)^4}{\pi^4 a^4} + \right. \\
& \left. \frac{\tau^2(R_2-R_3)^2}{\pi^2 a^2} \right) - P_{\text{уд3}} \left(\frac{\tau_2(R_2-R_3)^2 (\pi^2 \tau a^2 - (R_2-R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{\tau_2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2-R_3)^2}} (R_2-R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right). \quad (3.66)
\end{aligned}$$

Подстановка данного выражения и уравнений (3.63), (3.65) в (3.35) получим уравнение для нахождения температуры в любой точке третьей зоны зерновки:

$$\begin{aligned}
\Theta_3(x, \tau) = & \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) + \\
& P_{\text{уд3}} \tau + P_{\text{уд3}} \frac{2}{\pi^3 a^2} \cdot \left((R_2-R_3)^2 \cdot \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \pi^2 a^2 \tau \right) \cdot \left(\sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \right. \\
& \left. \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) - 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot \left(-\frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} \cdot \frac{(R_2-R_3)^2}{\pi^2 a^2} \cdot \right. \\
& \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \frac{P_{\text{уд2}} + P_{\text{уд3}}}{2} \cdot \frac{(R_2-R_3)^2}{\pi^4 a^4} \left((R_2-R_3)^2 e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} + \pi^2 a^2 \tau - \right. \\
& \left. \left. (R_2-R_3)^2 \right) \right) + 2\pi \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot h \cdot \\
& \left(\left(P_{\text{уд3}} \cdot \left(\frac{(R_2-R_3)^2(\tau a^2 \pi^2 - (R_2-R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} (R_2-R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right) - \Theta_{03} \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{\left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) \cdot (R_2-R_3)^2}{\pi^2 a^2} \right) - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\Theta_{03} \cdot \left(\frac{(R_2 - R_3)^2 (\tau a^2 \pi^2 - (R_2 - R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} (R_2 - R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right) + \Theta_{03} \cdot \right. \\
& \frac{\tau_2 \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2 - R_3)^2}} - 1 \right) (R_2 - R_3)^2}{\pi^2 a^2} + P_{уд3} \cdot \left(\frac{2(R_2 - R_3)^6 \left(1 - e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2 - R_3)^2}} \right)}{\pi^6 a^6} - \frac{2\tau(R_2 - R_3)^4}{\pi^4 a^4} + \right. \\
& \left. \left. \frac{\tau^2 (R_2 - R_3)^2}{\pi^2 a^2} \right) - P_{уд3} \cdot \right. \\
& \left. \left(\frac{\tau_2 (R_2 - R_3)^2 (\pi^2 \tau a^2 - (R_2 - R_3)^2)}{\pi^4 a^4} + \frac{\tau_2 e^{-\frac{\pi^2 a^2 \tau}{(R_2 - R_3)^2}} (R_2 - R_3)^4}{\pi^4 a^4} \right) \right) \quad (3.67)
\end{aligned}$$

3.2.6 Уточнение уравнений изменения температуры зерна после прекращения воздействия СВЧ полем (остывание) с учётом изменения температуры на границах участков

Чтобы записать полное уравнение для нахождения температуры в любой точке и в центре первого участка зерновки необходимо найти выражения для воздействия на границе со вторым участком. Для этого используем уравнения (3.43) и (3.48).

$$\Theta_1(2R_1, \tau) = \Theta_{01} . \quad (3.43)$$

$$\Theta_2(2R_1, \tau) = \Theta_{02} . \quad (3.48)$$

Поскольку $G_1(\tau) = \frac{\Theta_1(2R_1, \tau) + \Theta_2(2R_1, \tau)}{2} = \frac{\Theta_{01} + \Theta_{02}}{2}$, то приняв $G_1(\tau_1) = G_1(\tau)$

найдем интеграл $\int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4R_1^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau G_1(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4R_1^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1 &= \int_0^\tau \frac{\Theta_{01} + \Theta_{02}}{2} e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4R_1^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1 = \\ &= -2\Theta_{01} \frac{R_1^2}{\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right) - 2\Theta_{02} \frac{R_1^2}{\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right) = -2 \frac{R_1^2}{\pi^2 a^2} \cdot \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - \right. \\ &\left. 1 \right) \cdot (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \end{aligned} \quad (3.68)$$

Тогда с учётом (2.68) дополним выражение (3.41).

$$\begin{aligned} \Theta_1(x, \tau) &= \Theta_{01} + \Theta_{01} \frac{4}{\pi} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right) \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) - (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \frac{2}{\pi} \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \cdot \\ &\cdot \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right) = \Theta_{01} + (\Theta_{01} - \Theta_{02}) \cdot \frac{2}{\pi} \sin \left(\frac{\pi x}{2 R_1} \right) \cdot \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Для центра зерновки ($x = R_1$) выражение примет следующий вид:

$$\Theta_1(R_1, \tau) = \Theta_{01} + (\Theta_{01} - \Theta_{02}) \cdot \frac{2}{\pi} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{4R_1^2} \tau} - 1 \right). \quad (3.70)$$

Для края центральной зоны зерновки ($x = 2R_1$) уравнение примет следующий вид $\Theta_1(2R_1, \tau) = \Theta_{01}$

Чтобы записать в развёрнутом виде уравнение для нахождения температуры во второй части зерновки (3.47) необходимо найти интегралы

$$\begin{aligned} &\int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1 \text{ и } \int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1. \\ &\int_0^\tau G_1(\tau_1) e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1 = \int_0^\tau \frac{\Theta_{01} + \Theta_{02}}{2} e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2}(\tau - \tau_1)} d\tau_1 = \\ &= -\Theta_{01} \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) - \Theta_{02} \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) = \\ &= -(\Theta_{01} + \Theta_{02}) \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.71)$$

$G_2(\tau_1)$ найдётся как: $G_2(\tau_1) = \frac{\theta_2(R_2, \tau) + \theta_3(R_2, \tau)}{2} = \frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2}$. Тогда

$$\int_0^\tau G_2(\tau_1) e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 = \int_0^\tau \frac{\Theta_{02} + \Theta_{03}}{2} e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 =$$

$$-(\Theta_{02} + \Theta_{03}) \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right). \quad (3.72)$$

Подставив (3.71) и (3.72) в (3.47) получим искомое выражение:

$$\Theta_2(x, \tau) = \Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \right) +$$

$$2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) -$$

$$2\pi \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot (\Theta_{02} + \Theta_{03}) \frac{(2R_1 - R_2)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) =$$

$$\Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \right) + \frac{1}{\pi} \cdot$$

$$\sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot (\Theta_{01} + \Theta_{02}) \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) - \frac{1}{\pi} \cdot \sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot$$

$$(\Theta_{02} + \Theta_{03}) \left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) =$$

$$\Theta_{02} + \Theta_{02} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \cdot \left(\sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \right) + \frac{1}{\pi} \cdot$$

$$\left(e^{-\pi^2 \frac{a^2}{(2R_1 - R_2)^2} \tau} - 1 \right) \cdot \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot (\Theta_{01} + \Theta_{02}) - \frac{1}{\pi} \cdot \sin \left(\pi \frac{(2R_1 - x)}{(2R_1 - R_2)} \right) \cdot$$

$$(\Theta_{02} + \Theta_{03}) \right). \quad (3.73)$$

Аналогичные действия выполним для нахождения уравнения изменения температуры для третьей части зерновки.

$$\Theta_3(x, \tau) = \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) \cdot \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3 - x)}{(R_2 - R_3)} \right) \right) +$$

$$\frac{1}{\pi} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_3 - x)}{(R_2 - R_3)} \right) \cdot (\Theta_{02} + \Theta_{03}) \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2 - R_3)^2} \tau} - 1 \right) + 2\pi \frac{a^2}{(R_2 - R_3)^2} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2 - x)}{(R_2 - R_3)} \right) \cdot$$

$$h \cdot \left(-\Theta_{03} \frac{(R_2-R_3)^2}{2\pi^2 a^2} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \int_0^\tau T_{\text{мз}}(\tau - \tau_1) e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} (\tau - \tau_1)} d\tau_1 \right) \quad (3.74)$$

Если температуру межзернового пространства $T_{\text{мз}}(\tau_1)$ представить как постоянную, то в этом случае выражение примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Theta_3(x, \tau) = & \Theta_{03} + \Theta_{03} \frac{2}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) \cdot \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) + \\ & \frac{1}{\pi} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot (\Theta_{02} + \Theta_{03}) \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot h \cdot \\ & \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) (T_{\text{мз}} - \Theta_{03}) = \\ & \Theta_{03} + \frac{1}{\pi} \left(e^{-\frac{\pi^2 a^2}{(R_2-R_3)^2} \tau} - 1 \right) \cdot \left(2\Theta_{03} \left(\sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) - \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \right) + \right. \\ & \left. \sin \left(\pi \frac{(R_3-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot (\Theta_{02} + \Theta_{03}) + \sin \left(\pi \frac{(R_2-x)}{(R_2-R_3)} \right) \cdot h \cdot (T_{\text{мз}} - \Theta_{03}) \right). \end{aligned} \quad (3.75)$$

Полученные уравнения позволяют проводить моделирование процесса нагрева/охлаждения зерновки при воздействии поля СВЧ и после того, как это воздействие снято. Следующая глава посвящена моделированию этих процессов.